

Курс лекций по дисциплине
«Механика жидкости и газа. Прикладная термодинамика»
Раздел «Механика жидкости и газа»

СОДЕРЖАНИЕ

Предмет дисциплины.	3
Глава 1. Физические и эксплуатационные свойства жидкостей	4
1.1. Силы, действующие на жидкость. Давление в жидкости	4
1.2. Физические свойства жидкостей	5
1.3. Рабочие жидкости гидросистем	12
Глава 2. Гидростатика	14
2.1. Гидростатическое давление и его свойства	14
2.2. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля	16
2.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости	17
2.4. Абсолютное, избыточное и вакуумметрическое давление. Пьезометрическая высота. Приборы для измерения давления	19
2.5. Сила давления жидкости на плоскую стенку	23
2.6. Сила давления жидкости на криволинейные стенки. Плавание тел	25
Глава 3. Основы кинематики и динамики жидкости	28
3.1. Основные понятия	28
3.2. Расход. Уравнение расхода	30
3.3. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости	31
3.4. Дифференциальные уравнения движения идеальной	

жидкости	35
3.5. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости	36
3.6. Понятие о гидравлических потерях	40
3.7. Использование уравнения Бернулли в технике	42
3.8. Кавитация	44
Глава 4. Основы гидродинамического подобия	46
Глава 5. Режимы движения жидкости	51
5.1. Ламинарное и турбулентное движение жидкости	51
5.2. Основные характеристики ламинарного и турбулентного течений	53
Глава 6. Местные и линейные гидравлические сопротивления	55
6.1. Основные виды местных сопротивлений. Определение коэффициента местных потерь	55
6.2. Определение коэффициента Дарси	56
Глава 7. Истечение жидкости из отверстий и насадков	58
7.1. Истечение через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре	58
7.2. Истечение через насадки	62
Глава 8. Гидравлический расчет трубопроводов	66
8.1. Простой трубопровод постоянного сечения	66
8.2. Соединения простых трубопроводов	68
8.3. Сложные трубопроводы	71
Глава 9. Взаимодействие потока жидкости со стенками	72
Глава 10. Неустановившееся движение жидкости	74
10.1. Неустановившееся движение жидкости в жестких трубах	74
10.2. Гидравлический удар в трубах	78
Библиографический список	81

Предмет дисциплины

Гидравликой (механикой жидкости и газа) называется наука о законах равновесия и движения жидкостей и способах приложения этих законов для решения практических задач. В гидравлике, чаще всего, рассматривается движение потоков жидкости, ограниченных твердыми стенками, то есть движение в открытых и закрытых руслах, каналах, трубопроводах и т.п. Таким образом, можно сказать, что в гидравлике изучаются в основном внутренние течения жидкостей и решают так называемую внутреннюю задачу. Внешнюю задачу об обтекании твердого тела жидкостью или газом решают в аэрогидромеханике.

Исторически сложилось так, что наука о жидкостях и их законах развивалась двумя различными путями. Первый путь – теоретический, основанный на законах механики. Он привел к созданию теоретической гидромеханики. Это стройная теоретическая наука, позволяющая решать сложные задачи, связанные с равновесием и движением жидкостей, но математические модели, полученные методами теоретической гидромеханики, порой получаются или очень сложными и трудными для решения, или недостаточно точно отражающими реальные процессы в жидкости. Второй путь развития науки о законах, которым подчиняются жидкости, – экспериментальный. Именно по этому пути развивалась гидравлика. Этот путь позволяет с помощью эмпирических зависимостей решать очень сложные задачи, правда решения получаются приближенные, многие эмпирические зависимости не являются универсальными, а применимы при определенных комплексах условий. Оба эти пути имеют свои преимущества и недостатки, поэтому совершенно логичным стало постепенное сближение теоретической гидромеханики и гидравлики. В настоящее время граница между этими науками весьма условна, так как в гидравлике стали применять методы теоретической гидромеханики, что придало ей логичность, стройность, а в гидромеханике стали использовать эмпирические зависимости из гидравлики, позволяющие упростить математические модели без внесения ощутимых погрешностей.

Объектом изучения в гидравлике являются жидкости, чаще всего – так называемые капельные жидкости, то есть жидкости, которые в малых объемах под действием сил поверхностного натяжения приобретают сферическую форму. Иногда термин “жидкость” трактуют шире, включая в него, кроме капельных жидкостей, и газы. Законы гидравлики справедливы для газа в тех случаях, когда он движется с малой скоростью (значительно меньшей скорости звука) и практически не сказывается его сжимаемость.

В настоящее время жидкости находят очень широкое применение в изделиях машиностроения. Это смазывающие, охлаждающие жидкости, топлива, рабочие жидкости всевозможных гидроприводов и, наконец, объекты добычи (нефть, газовый конденсат, вода и др.). По этой причине знание свойств жидкостей и законов, которым они подчиняются, необходимы как изготовителям машиностроительной продукции, так и специалистам, занимающимся ее эксплуатацией.

Глава 1. Физические и эксплуатационные свойства жидкостей

1.1. Силы, действующие на жидкость. Давление в жидкости

В гидравлике, как правило, жидкость рассматривают как непрерывную среду, отвлекаясь от ее молекулярного строения.

Вследствие текучести (подвижности частиц) в жидкости действуют только силы, распределенные по ее объему (массе) или поверхности. В точке к жидкости приложить силу невозможно. Проведите мысленный эксперимент. Нажмите острием иглы на твердое тело и Вы почувствуете, что оно сопротивляется проникновению иглы. Попробуйте воздействовать той же иглой на поверхность воды или иной жидкости. Игла погружается в жидкость беспрепятственно, то есть силу в точке приложить к жидкости не удалось. Таким образом, силы, действующие на объемы жидкости извне, подразделяют на массовые и поверхностные.

Массовые силы в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональны массе жидкости или, для однородной жидкости, – ее объему. К ним относятся сила тяжести и сила инерции.

Поверхностные силы непрерывно распределены по поверхности жидкости и при равномерном их распределении пропорциональны площади этой поверхности. Это силы, действующие на жидкость, со стороны твердых тел, газа или других объемов жидкости. По третьему закону Ньютона точно с такими же силами жидкость воздействует на окружающие ее тела.

В общем случае поверхностная сила ΔR , действующая на площадке ΔS , направлена под некоторым углом к площадке, и ее можно разложить на две составляющие: нормальную ΔF (перпендикулярную площадке) и тангенциальную ΔT (направленную вдоль площадки). ΔF называют **силой давления**, а ΔT – **силой трения**.

И массовые, и поверхностные силы в гидравлике рассматривают в виде единичных сил, то есть отнесенных соответственно к единице массы или площади поверхности. Единичная массовая сила имеет размерность ускорения $[м/с^2]$, а единичная поверхностная в Международной системе единиц (СИ) – $[Н/м^2] = [Па]$ (паскаль). Паскаль – очень малая поверхност-

ная сила, поэтому часто пользуются кратными ей единицами измерения: килопаскалем $1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}$ и мегапаскалем $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$.

В давно изданной литературе можно встретить единицу измерения системы МКГСС $[\text{кгс/см}^2]$. В технике часто пользуются несистемными единицами – технической атмосферой и баром.

Связь этих единиц:

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

$$1 \text{ бар} = 1,02 \text{ ат} = 10^5 \text{ Па}.$$

Единичная поверхностная сила, называемая напряжением поверхностной силы, раскладывается на нормальные и касательные (тангенциальные) напряжения.

Нормальное напряжение называется **гидромеханическим** (а в случае покоя жидкости – **гидростатическим**) **давлением**, или просто **давлением** и обозначается p .

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S},$$

а при равномерном распределении поверхностной силы по площадке

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Касательные напряжения (напряжения трения) τ определяются аналогично

$$\tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta S}.$$

1.2. Физические свойства жидкостей

Плотность. Плотность – это масса жидкости, заключенная в единице объема. В Международной системе единиц (СИ) она измеряется в кг/м^3 . Для однородной жидкости

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Если жидкость неоднородна в объеме V , то эта формула позволяет вычислить лишь среднее значение плотности, а истинная плотность в какой-либо точке может быть определена как

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Значения плотностей жидкостей возрастают при повышении давления. Например, плотность воды при температуре 0°C изменяется с ростом давления (от 0,1 до 400 МПа) от 999 до 1146 кг/м^3 . С ростом температуры плотность жидкостей снижается. Исключением из этого правила является только вода в диапазоне температур от 0 до 4°C : ее плотность возрастает и

достигает своего максимума (1000 кг/м^3) при $t = 3,98^\circ\text{C}$. При дальнейшем нагреве ее плотность снижается как и у других жидкостей. Именно по этой причине температура воды на дне глубоких водоемов зимой всегда 4°C . При остывании воды до 4°C циркуляция воды в водоеме прекращается, что препятствует промерзанию его до дна.

Значения плотностей некоторых широко распространенных жидкостей при нормальных условиях ($t = 20^\circ\text{C}$, $p = 0,1 \text{ МПа}$):

- * вода – 998 кг/м^3 ;
- * ртуть – $13\,546 \text{ кг/м}^3$;
- * нефть натуральная – $760 - 900 \text{ кг/м}^3$;
- * масла минеральные – $850 - 930 \text{ кг/м}^3$;
- * бензин – $712 - 780 \text{ кг/м}^3$.

Удельный объем. Удельный объем – это объем жидкости единичной массы, то есть величина, обратная плотности:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} [\text{м}^3/\text{кг}].$$

Так уж сложилось исторически, что эта характеристика редко используется для капельных жидкостей, но очень широко применяется для газов.

Удельный вес. Удельный вес – это вес жидкости единичного объема:

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{gm}{V} = g\rho [\text{Н/м}^3].$$

Относительная плотность. Относительная плотность – это отношение плотности жидкости к плотности дистиллированной воды при 4°C :

$$\delta = \frac{\rho_{\text{жс}}}{\rho_{\text{воды}+4}}.$$

Так как $\rho_{\text{воды}+4} = 1000 \text{ кг/м}^3$, то вычислять относительные плотности очень просто.

Все указанные характеристики жидкостей практически характеризуют одно и то же свойство.

Плотность жидкости можно вычислить по вышеприведенным формулам, а можно и измерить специальным прибором, называемым *ареометром*. Этот прибор похож на поплавков для рыбалки. Глубина его погружения зависит от плотности жидкости.

Сжимаемость. Сжимаемость – это свойство жидкости изменять свой объем под действием давления. Сжимаемость характеризуется двумя величинами: *коэффициентом объемного сжатия* β_p и *объемным модулем упругости* K .

Коэффициент объемного сжатия – это относительное изменение объема жидкости, приходящееся на единицу давления

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}.$$

Знак “минус” в этом выражении введен для того, чтобы этот коэффициент имел положительные значения, так как производная $\frac{dV}{dp}$ всегда отрицательная.

Если принять, что $\beta_p = const$, то можно приближенно рассчитать объем и плотность жидкости при изменении давления:

$$V \approx V_0(1 - \beta_p \cdot \Delta p); \quad \rho \approx \frac{\rho_0}{(1 - \beta_p \cdot \Delta p)},$$

где V_0, ρ_0 – объем и плотность жидкости при давлении p_0 ;

$\Delta p = p - p_0$ – изменение давления.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется объемным модулем упругости

$$K = \frac{1}{\beta_p} = -\frac{V \cdot dp}{dV}.$$

Объемный модуль упругости несколько возрастает при повышении давления и немного снижается при росте температуры. Оценим сжимаемость капельных жидкостей. При атмосферном давлении для минеральных масел $K \approx 1320 - 1720$ МПа. При повышении давления на 10 МПа (приблизительно 100 ат) изменение объема минерального масла составит примерно

$$\Delta V = -V \frac{\Delta p}{K} = -\frac{10}{1500} V = -0,0067V,$$

то есть изменение объема жидкости при столь существенном изменении давления составило 0,67%. По этой причине в гидравлике очень часто жидкость считают несжимаемой.

Температурное расширение. Температурное расширение – это свойство жидкости изменять свой объем при изменении температуры. Характеризуется *коэффициентом температурного расширения* β_T [1/град], который представляет собой относительное изменение объема, приходящееся на 1 градус:

$$\beta_T = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT}.$$

Для воды коэффициент β_T при увеличении температуры возрастает (при $p = 0,1$ МПа и изменении температуры от 0 до 100°C приблизительно от $-0,000025$ до $+0,000720$). Рост давления при низких температурах приводит к увеличению β_T , а при температурах выше 50°C – к его снижению.

Для большинства других капельных жидкостей с ростом давления β_T уменьшается.

В конечной форме при $\beta_T = \text{const}$ (при малом изменении температуры)

$$V \approx V_0(1 + \beta_T \cdot \Delta T); \quad \rho \approx \frac{\rho_0}{(1 + \beta_T \cdot \Delta T)},$$

где $\Delta T = T - T_0$ – изменение температуры жидкости.

Изменение объема при нагревании жидкостей весьма ощутимо, поэтому его необходимо учитывать при проектировании гидравлических устройств, в которых жидкость существенно нагревается.

Капиллярность. На поверхности раздела жидкости и газа действуют силы поверхностного натяжения, которые стремятся придать объему жидкости сферическую форму, но сила тяжести не позволяет сделать это, если жидкость находится в значительном объеме. Это явление заметно только, когда жидкость рассматривается в объеме капли или находится в тонком капилляре или зазоре. Силы поверхностного натяжения создают в жидкости дополнительное давление

$$p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости [Н/м];

r_1, r_2 – радиусы кривизны.

В капиллярах и зазорах это давление вызывает подъем или опускание жидкости относительно нормального уровня. Это явление называется капиллярностью. Дополнительное давление направлено всегда к центру кривизны мениска. Если жидкость не смачивает поверхность капилляра, то мениск имеет выпуклую форму, и давление от сил поверхностного натяжения совпадает по направлению с атмосферным давлением – уровень жидкости в капилляре снижается. Если жидкость смачивает поверхность капилляра, то мениск имеет вогнутую форму, и дополнительное давление будет направлено вверх, навстречу атмосферному давлению. Как следствие этого – подъем жидкости по капилляру. Высота подъема (опускания) жидкости в стеклянной трубке вычисляется по формуле:

$$h = \frac{k}{d},$$

где d – диаметр капилляра [мм];

k – коэффициент, индивидуальный для каждой жидкости [мм²].

Например, для воды $k = 30$ мм²; для спирта $k = 11,5$ мм²; для ртути $k = -10,1$ мм².

В жидкостных приборах для измерения давления применяют трубки диаметром 10 – 12 мм. В этом случае эффект капиллярности мало ощутим. В зазоре один из радиусов кривизны стремится к бесконечности, поэтому

и дополнительное давление, и высота отклонения уровня получаются в 2 раза меньше, чем в капилляре.

Вязкость. Вязкость – это свойство жидкости сопротивляться сдвигу ее слоев. При течении жидкости вдоль твердой стенки слои жидкости, прилегающие к ней, тормозятся силами трения между слоями, то есть из-за вязкости (Рис. 1).

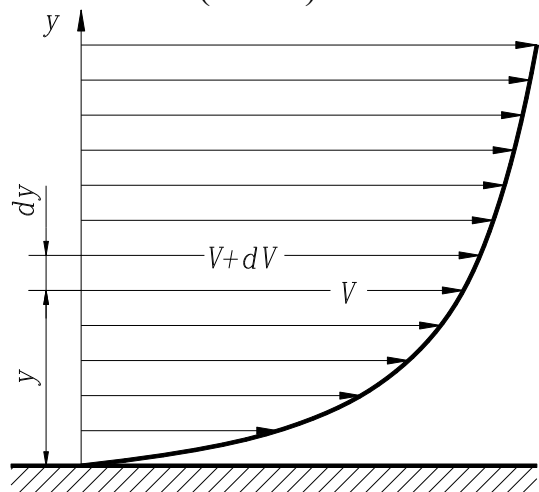


Рис. 1. Профиль скоростей при течении вязкой жидкости вдоль стенки

Согласно гипотезе Ньютона, подтвержденной экспериментально Н.П. Петровым, касательные напряжения при слоистом течении:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy},$$

где $\frac{dV}{dy}$ – модуль поперечного градиента скорости [1/с];

μ – коэффициент динамической вязкости [Па·с].

Из закона вязкого трения Ньютона следует, что касательные напряжения возможны только в движущейся жидкости. Если имеется градиент скорости еще и в направлении, нормальном плоскости рисунка, то следует записывать в формуле частную производную $\frac{\partial V}{\partial y}$.

Кроме Па·с используют такую единицу измерения, как Пуаз: 1П = 0,1 Па·с.

Кроме коэффициента динамической вязкости, в технике широко используют коэффициент кинематической вязкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ [м}^2\text{/с]}.$$

В старой литературе можно встретить такие единицы измерения, как стоксы: 1 Ст = 1 см²/с = 10⁻⁴ м²/с.

Иногда в названиях μ и ν слово “коэффициент” для краткости опускают, хотя, в принципе, этого делать не следует.

С ростом температуры вязкость капельных жидкостей очень сильно падает (по экспоненте), а газов – растет по линейному закону. Например, при нагревании пресной воды от 0 до 100°C коэффициент кинематической вязкости падает от 1,79·10⁻⁶ до 0,29·10⁻⁶ м²/с, то есть в 6 с лишним раз. В этом же диапазоне температур вязкость минеральных масел изменяется в

десятки и сотни раз. При отрицательных температурах вязкость масел резко возрастает.

Измеряют вязкость специальными приборами, называемыми вискозиметрами. Принцип действия этих приборов состоит в сравнении времени истечения заданного количества испытуемой и эталонной жидкостей через капилляр.

Следует сказать, что существуют жидкости, которые не подчиняются закону вязкого трения Ньютона. В качестве примеров можно назвать глинистые, цементные, известковые и коллоидные растворы, нефтепродукты и смазочные масла при температурах, близких к температуре застывания, краски, клеи, смолы, различные белки, жиры, суспензии крахмала, желатина и т.п. Это так называемые *неньютоновские* или *аномальные* жидкости. Для неньютоновских жидкостей зависимость касательных напряжений от поперечного градиента скорости может иметь один из следующих видов:

$$\tau = \tau_0 + \mu_{\text{пл}} \frac{dV}{dy}; \quad \tau = k \left(\frac{dV}{dy} \right)^n.$$

Испаряемость. Испаряемость присуща всем жидкостям, но в различной степени, причем она сильно зависит от условий, в которых находится жидкость. Одной из характеристик испаряемости является *температура кипения при нормальном атмосферном давлении*. Но атмосферное давление – это лишь частный случай давления в гидросистеме, поэтому более полной характеристикой испаряемости является *давление (упругость) насыщенных паров $p_{\text{н.п.}}$* . Чем выше $p_{\text{н.п.}}$, тем более летучая жидкость. С ростом температуры оно возрастает, но для разных жидкостей в различной степени. Поэтому даже сухой воздух в квартире зимой при контакте с предметом, занесенным с мороза, при остывании становится влажным, и из него конденсируются капельки воды. Это хорошо знают люди, носящие очки. Образование конденсата можно наблюдать на поверхности труб, по которым подается холодная вода, на оконных стеклах и т.п.

Для многокомпонентных жидкостей (смесей) давление насыщенных паров зависит еще и от соотношения объемов паровой и жидкой фаз. Для них давление насыщенных паров тем больше, чем большая доля объема занята жидкостью. В справочниках для них приводятся значения $p_{\text{н.п.}}$ при соотношении объемов паровой и жидкой фаз 4:1.

Растворимость газов в жидкостях. Растворимость газов в жидкостях характеризуется количеством растворенного газа в единице объема жидкости. Эта величина увеличивается с ростом давления и различна для различных жидкостей.

Относительный *объем растворенного газа* можно подсчитать по закону Генри:

$$\frac{V_z}{V_{ж}} = k \frac{p}{p_0},$$

где V_z – объем растворенного газа, приведенный к нормальным условиям (p_0, T_0);

k – коэффициент растворимости;

p – давление жидкости.

Например, при $t = 20^\circ \text{C}$ k имеет следующие значения:

– вода – 0,16;

– минеральные масла $\approx 0,08$;

– керосин – 0,127.

При увеличении плотности и вязкости минерального масла растворимость газов немного снижается. С увеличением температуры коэффициент растворимости почти не меняется, но учитывать это малое влияние надо, когда жидкость работает в широком температурном диапазоне: насыщенная газом жидкость при одной температуре может начать выделять растворенный газ при другой температуре, что приведет к образованию пены, которая нарушает сплошность среды и может вызвать отказ привода.

В обычном состоянии минеральное масло насыщается воздухом в течение нескольких часов, но если масло взбалтывается в баке, образуется пена. Площадь соприкосновения жидкости и воздуха возрастает во много раз. Это может вызвать насыщение жидкости газом в течение нескольких минут.

При уменьшении давления газы из насыщенной жидкости начинают выделяться, причем делают это значительно быстрее, чем растворяются в ней. Выделиться газ может в считанные секунды или даже доли секунды.

1.3. Рабочие жидкости гидросистем

Рабочие жидкости гидросистем должны обладать следующими свойствами:

1. **Хорошие смазывающие свойства.** Рабочая жидкость должна создавать на поверхности трущихся пар поверхностную пленку, предотвращающую сухое трение.
2. **Минимальная зависимость вязкости от температуры в требуемом диапазоне температур.** Важными характеристиками рабочей жидкости являются *температуры застывания и замерзания*.

Температурой застывания называется наибольшая температура, при которой поверхность жидкости, залитой в стандартную пробирку, не перемещается при наклоне пробирки на 45° в течение 5 минут. Эта температура характеризует жидкость с точки зрения сохранения ее текуче-

сти, а следовательно, возможности ее транспортировки и слива при низких температурах. Температура застывания рабочей жидкости должна быть на 10 – 17°C ниже наименьшей температуры окружающей среды, в условиях которой будет работать гидросистема.

Температура замерзания – это температура начала кристаллизации, то есть температура, при которой в жидкости образуется облачко из мельчайших кристаллов.

- 3. Огнестойкость.** Жидкость не должна быть причиной возникновения или распространения пожара. С этой точки зрения ее характеризуют *температурами вспышки, воспламенения и самовоспламенения*.

Температура вспышки – это минимальная температура, при которой над поверхностью жидкости образуется количество пара, достаточное для кратковременной вспышки при появлении источника огня (искры).

Температура воспламенения – это минимальная температура, при которой количество выделяемого пара над поверхностью жидкости достаточно для продолжительного горения при появлении источника огня.

Температура самовоспламенения – это минимальная температура, при которой над поверхностью жидкости выделяется такое количество паров, что их становится достаточно для самопроизвольного воспламенения без постороннего источника огня.

Всегда температура вспышки ниже температуры воспламенения, а температура самовоспламенения – выше, но величина интервалов между этими температурами может быть самой разной.

Масла на нефтяной основе имеют температуры воспламенения примерно 180 – 230°C, а самовоспламенения – 260 – 370°C и выше. Синтетические рабочие жидкости менее опасны в пожарном отношении, чем минеральные масла. В условиях эксплуатации они не распространяют огня, хотя в принципе они могут гореть. Минеральные масла при температурах выше 70°C следует отделять от воздуха химически неактивным газом (азотом, гелием, аргоном и т.п.) или механическими способами.

- 4. Низкая испаряемость и растворимость газов.** Не желательно, чтобы в состав рабочей жидкости входили легко испаряющиеся компоненты, испарение которых может привести к загустеванию жидкости, а также способствовать возникновению кавитации насоса.
- 5. Высокий объемный модуль упругости,** то есть жидкость должна быть жесткой.
- 6. Нейтральность к применяемым материалам.** Минеральные масла оказывают благотворное воздействие на металлические изделия. Масляная пленка защищает металл от коррозии и возникновения механических повреждений при трении. На резиновые изделия, в частности уплотнения, минеральное масло оказывает разрушающее воздействие. В резине под действием масла протекают сложные физико-химические

процессы (вымывание отдельных компонентов резины и замещение их жидкостью). При этом изменяются как физико-механические свойства резины, так и объем уплотнения. Резина может набухать, может дать усадку. Это зависит от марки резины и марки масла. По техническим условиям допускается набухание резины до 5 – 6 %, или усадка до 3 % от первоначального объема.

- 7. Механическая и химическая стойкость.** Физическая стабильность жидкости нарушается при длительной работе в условиях высоких давлений, вибраций или при высоких касательных напряжениях (при дросселировании). В результате этого в жидкости происходят молекулярно-структурные изменения в жидкости (*механическая деструкция*), сопровождающаяся понижением ее вязкости и ухудшением ее смазывающих свойств.

При указанных механических воздействиях разрушаются длинные углеводородные цепочки, они “перемалываются” при длительном “мятии”. Особенно заметен этот эффект в масляных смесях с вязкостными добавками.

Под химической стойкостью понимают устойчивость жидкости против “старения” (*химической деструкции*), происходящего в результате ее окисления кислородом воздуха. В процессе окисления из жидкости выпадает осадок в виде смол. С ростом температуры процесс окисления ускоряется (повышение температуры на 8 – 10°C приводит к удвоению скорости окисления масла).

Большинство минеральных масел при повышении температуры даже до сравнительно невысоких значений изменяют свой состав. Происходит либо крекинг-процесс, сопровождающийся уменьшением среднего молекулярного веса и выделением легко летучих фракций, либо процесс полимеризации, при котором образуются смолы, осадки, коксоподобные вещества. Иногда протекают оба эти процесса. С повышением температуры эти процессы ускоряются, при высокой температуре масло может стать негодным уже через несколько десятков часов, так как необратимо падает его вязкость.

- 8. Высокие теплофизические характеристики.**

Как можно выше должна быть *удельная теплоемкость жидкости*. Это количество тепла, необходимое для повышения температуры 1 кг жидкости на 1°C. У большинства реальных жидкостей и газов удельная теплоемкость с ростом температуры растет: у жидкостей незначительно, а у газов – существенно.

Как можно больше должен быть *коэффициент теплопроводности* рабочей жидкости, который равен количеству теплоты, которое проходит в единицу времени через единичную площадку сквозь слой вещества единичной толщины при перепаде температур на его границах в

1°С, то есть характеризует способность вещества пропускать, рассеивать тепло. Коэффициент теплопроводности с ростом температуры растет по следующей зависимости:

$$\lambda = a \cdot (1 + 0,012 \cdot t),$$

где a – коэффициент, зависящий от природы жидкости.

Высокие теплоемкость и теплопроводность рабочей жидкости позволяют избегать значительного нагрева жидкости в местах гидросистемы, где происходит значительное выделение теплоты.

Минеральные масла плохо проводят тепло, они уступают в этом отношении жидкостям на водной основе примерно в 5 раз, а теплоемкость минеральных масел примерно в 1,5 раза ниже. Поэтому при работе в одинаковых условиях температура минерального масла в гидросистеме примерно на 25 – 30°С выше, чем у жидкости на водной основе.

- 9. Высокие изолирующие и диэлектрические качества.** Минеральные масла, не содержащие примесей, обладают хорошими диэлектрическими свойствами. Это позволяет помещать в них электроагрегаты без дополнительной изоляции проводников. Однако многие осадки, которые выделяются из масел при неправильной эксплуатации, обладают относительно высокой электропроводностью. Поэтому накопление таких осадков на токопроводящих частях может вызвать искрение и пожар. Кроме того, следует предотвращать попадание в минеральное масло воды, которая, как известно, электропроводна.
- 10. Жидкость и продукты ее распада не должны быть токсичны.**
- 11. Дешевизна и доступность,** так как рабочие жидкости используются очень широко, и в больших количествах.

Глава 2. Гидростатика

2.1. Гидростатическое давление и его свойства

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы равновесия жидкости и их практические приложения.

Согласно закону внутреннего трения Ньютона, в неподвижной жидкости касательные напряжения τ равны 0, так как $dV = 0$. Растягивающие нормальные напряжения, даже самые незначительные, приводят жидкость в движение, поэтому в неподвижной жидкости они тоже отсутствуют. Таким образом, в неподвижной жидкости действуют только нормальные сжимающие поверхностные (гидростатическое давление) и массовые силы.

Гидростатическое давление обладает двумя свойствами:

- оно всегда направлено по нормали к площадке, на которую действует (из самого определения давления);

– его величина не зависит от направления, то есть ориентации площадки в жидкости.

Докажем последнее утверждение. Рассмотрим равновесие объема жидкости в виде тетраэдра с ребрами, параллельными координатным осям и соответственно равными dx , dy , dz (Рис. 2). Пусть в выделенном объеме действует единичная массовая сила, составляющие которой равны X , Y , Z . Обозначим гидростатические давления, действующие на грани тетраэдра, параллельные координатным осям соответственно p_x , p_y и p_z , а давление на наклонную грань – p_n . Отметим, что все эти давления направлены по нормальям к соответствующим площадкам. Площадь наклонной грани обозначим dS . Запишем уравнение равновесия выделенного объема жидкости вдоль оси x .

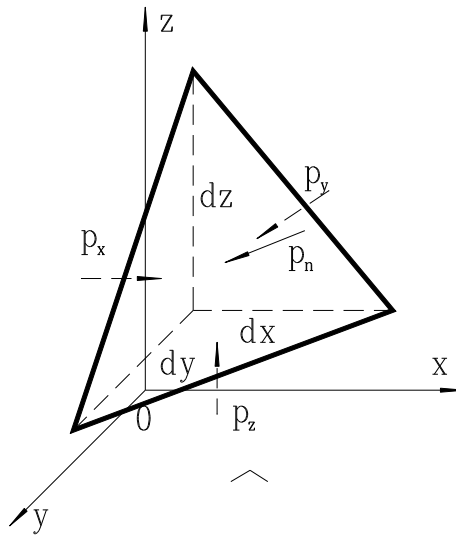


Рис. 2. Схема для доказательства свойства гидростатического давления

$$p_x \frac{dydz}{2} - p_n dS \cos(\bar{n}, \bar{x}) + \rho \frac{dx dy dz}{6} X = 0,$$

где первые два слагаемых – проекции на ось x поверхностных сил, а третье – массовая сила, равная массе выделенного объема жидкости, умноженной на единичную массовую силу, направленную вдоль оси x . Разделим это уравнение на площадь грани, нормальной к оси x ,

$\frac{dydz}{2} = dS \cos(\bar{n}, \bar{x})$. Тогда получим

$$p_x - p_n + \rho \frac{dx}{3} X = 0.$$

При $dx \rightarrow 0$ третье слагаемое в уравнении стремится к 0, тогда $p_x = p_n$.

Аналогичные выкладки можно проделать еще дважды, рассматривая равновесие объема жидкости вдоль осей y и z . Тогда получим:

$$p_y = p_n;$$

$$p_z = p_n.$$

Таким образом,

$$p_x = p_y = p_z = p_n.$$

Так как размеры тетраэдра dx , dy и dz взяты произвольно, то и наклон площадки dS произволен, и, следовательно, в пределе при стягивании тетраэдра в точку давление в этой точке по всем направлениям будет одинаковым.

Этим свойством обладает и движущаяся идеальная (лишенная вязкости) жидкость. В реальной, то есть вязкой жидкости, при движении будут возникать касательные напряжения, поэтому давление в реальной движущейся жидкости этим свойством не обладает.

2.2. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля

Пусть на неподвижную жидкость действует только одна массовая сила – сила тяжести. Свободная поверхность жидкости представляет собой плоскость (размеры рассматриваемого объема жидкости не соизмеримы с размерами Земли). На свободную поверхность действует давление p_0 . Найдём давление в произвольной точке M , расположенной на глубине h (Рис. 3). Выделим около этой точки горизонтальную элементарную площадку dS и построим на ней вертикальный цилиндрический объем высотой h .

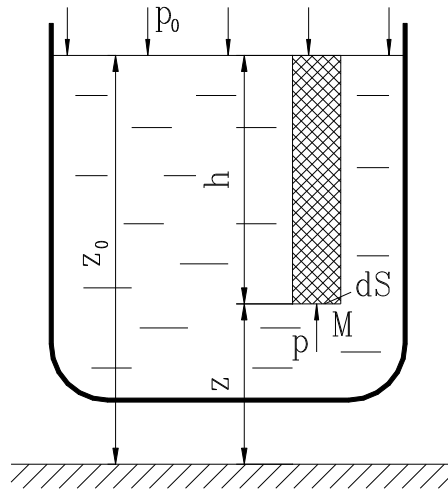


Рис. 3. Схема для вывода основного уравнения гидростатики

Рассмотрим уравнение равновесия этого объема в вертикальном направлении:

$$pdS - p_0dS - gphdS = 0.$$

Сократив и перегруппировав слагаемые, получим основное уравнение гидростатики:

$$p = p_0 + g\rho h.$$

По этому уравнению можно вычислить давление в неподвижной жидкости на любой глубине. Мы видим, что давление в жидкости складывается из давления на внешнюю поверхность и давления, создаваемого весом вышележащих слоев жидкости.

Величина p_0 одинакова для всех точек объема жидкости, поэтому, учитывая свойство гидростатического давления, можно сформулировать закон Паскаля: **давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково.**

Как мы видим, с увеличением глубины погружения давление возрастает по линейному закону и на данной глубине есть величина постоянная. Поверхность, во всех точках которой давление одинаково называется *поверхностью уровня*. Как мы видим, эта поверхность – плоскость, параллельная свободной поверхности.

Если от произвольного уровня отложить вертикальные координаты точки $M(z)$ и свободной поверхности (z_0) и заменить $h = z_0 - z$, то получим другую форму записи основного уравнения гидростатики:

$$p + g\rho z = p_0 + g\rho z_0 = \text{const} \quad \text{или}$$

$$z + \frac{p}{g\rho} = \text{const},$$

где z – *геометрический напор (высота)*;

$\frac{p}{g\rho}$ – *пьезометрический напор (высота)*.

Сумма геометрического и пьезометрического напоров – это *гидростатический напор*. Таким образом, гидростатический напор для всего объема неподвижной жидкости есть величина постоянная.

2.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости

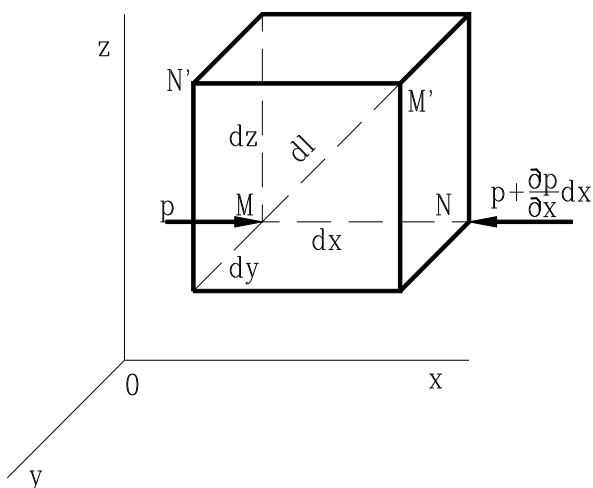


Рис. 4. Схема для вывода дифференциальных уравнений равновесия жидкости.

Получим дифференциальные уравнения равновесия жидкости в общем случае, когда на нее действуют не только сила тяжести, но и другие массовые силы (сила инерции переносного движения). В неподвижной жидкости возьмем произвольную точку M с ко-

ординатами x , y и z и давлением p . Система координат жестко связа- на с сосудом, содержащим жид- кость.

Выделим в жидкости элементарный объем в виде прямоугольного параллелепипеда с ребрами, параллельными осям координат и равными dx , dy , dz . Точка M – одна из вершин параллелепипеда (Рис. 3). Рассмотрим условия равновесия этого объема. Пусть внутри его на жидкость действует равнодействующая единичная массовая сила, составляющие которой X , Y , Z . Тогда массовые силы, действующие на выделенный объем в направлении осей, будут равны этим составляющим, умноженным на массу объема жидкости.

$$X\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0;$$

$$Y\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0;$$

$$Z\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = 0.$$

Разделим уравнения на массу выделенного объема и перейдем к пределу, устремив dx , dy и dz к 0. Тогда в пределе получим условия равновесия жидкости в точке M (уравнения Эйлера):

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0;$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0;$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

На практике вместо системы уравнений удобнее одно эквивалентное уравнение, не содержащее частных производных. Домножим уравнения Эйлера соответственно на dx , dy и dz и сложим их.

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = 0;$$

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \text{или}$$

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Последнее уравнение выражает изменение давления при изменении координат точки.

Рассмотрим частный случай. Пусть из массовых сил действует только сила тяжести. Тогда $\mathbf{X} = \mathbf{Y} = 0$, а $\mathbf{Z} = -g$. Тогда полученное уравнение примет вид:

$$dp = -g\rho dz.$$

Проинтегрируем уравнение

$$p = -g\rho z + C.$$

Константу интегрирования найдем из граничного условия на свободной поверхности:

$$C = p_0 + g\rho z_0.$$

Тогда

$$p = p_0 + g\rho(z_0 - z) = p_0 + g\rho h.$$

Мы получили основное уравнение гидростатики.

2.4. Абсолютное, избыточное и вакуумметрическое давление. Пьезометрическая высота. Приборы для измерения давления

При измерении давления можно в качестве начала отсчета брать давление, равное 0. Тогда измеряемое давление называют абсолютным. Если же давление измеряется относительно атмосферного, то такое давление называют избыточным. Таким образом,

$$P_{\text{изб}} = P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}}.$$

Может случиться так, что абсолютное давление меньше атмосферного, например, под поршнем в цилиндре (Рис. 5). В этих случаях говорят не об избыточном давлении, а о *разрежении*, *вакууме* или *вакуумметрическом давлении*.

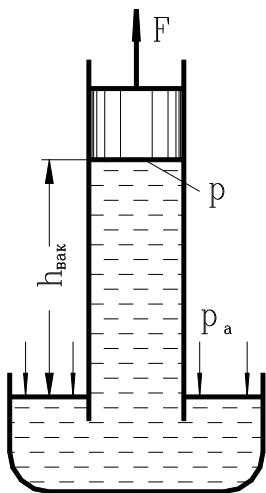


Рис. 5. Всасывание жидкости поршнем

Чтобы не иметь дело с отрицательными величинами, величина вакуумметрического давления определяется как разность атмосферного и абсолютного давления:

$$P_{\text{вак}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{абс}}.$$

Как видно из формулы, при $p_{\text{абс}} = 0$ максимальным значением вакуумметрического давления является давление, равное атмосферному. Строго говоря, абсолютное давление не может быть равно 0, его минимум – это давление насыщенных паров жидкости, но для нелетучих жидкостей эта величина незначительная, поэтому, в первом приближении, допустимо принять $p_{\text{абс}} = 0$.

Пьезометрическая высота $\frac{p_{\text{изб}}}{g\rho}$ представляет собой высоту столба данной жидкости, создающего своим весом давление p . Ее можно не только рассчитать, но и измерить прибором, называемым пьезометром, который представляет собой вертикальную стеклянную трубку, верхний конец которой открыт в атмосферу, а нижний присоединен к емкости, в которой измеряется давление (Рис. 6).

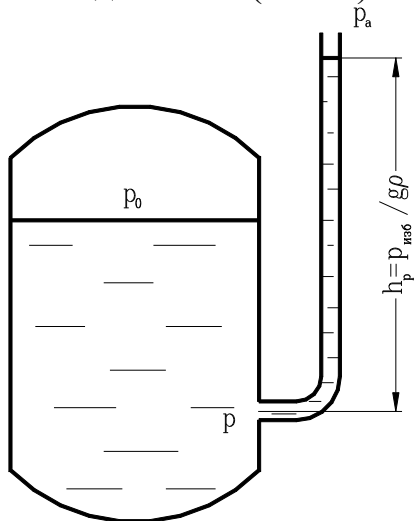


Рис. 6. Пьезометр,

присоединенный к баку

Применяя основное уравнение гидростатики для пьезометра, получим

$$p = p_a + g\rho h_p,$$

где p – абсолютное давление.

Тогда

$$p_{\text{изб}} = p - p_a = g\rho h_p,$$

а пьезометрическая высота

$$h_p = \frac{p_{\text{изб}}}{g\rho},$$

где $p_{\text{изб}}$ – избыточное давление в точке присоединения пьезометра.

Очевидно, что если на свободную поверхность покоящейся жидкости действует атмосферное давление, то пьезометрическая высота для любой точки объема равна глубине ее расположения.

Исторически сложилось так, что давление иногда задают высотой столба той или иной жидкости, хотя правильно было бы говорить не о давлении, а о пьезометрической высоте или напоре.

Известно, что давление, равное одной физической атмосфере, создается столбом ртути в 760 мм. Вычислим его значение.

$$p = g\rho_{\text{рт}}h = 9,81 \cdot 13590 \cdot 0,76 = 101325 \text{ Па}$$

Для создания такого же давления водой потребуется столб, высотой

$$h = \frac{p}{g\rho_{\text{в}}} = \frac{101325}{9,81 \cdot 1000} \approx 10,33 \text{ м}$$

Вакуумметрической высотой $h_{\text{вак}}$ называют высоту, на которую жидкость поднимается вследствие разрежения:

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_{\text{вак}}}{g\rho}.$$

Так как максимальное $p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}}$, то максимальные высоты, на которые могут подниматься жидкости за счет всасывания при атмосферном давлении, равном 1 ат, для ртути – 760 мм, а для воды – 10,33 м.

Простейшими приборами для измерения вакуума могут служить вакуумметры, представленные на Рис.7.

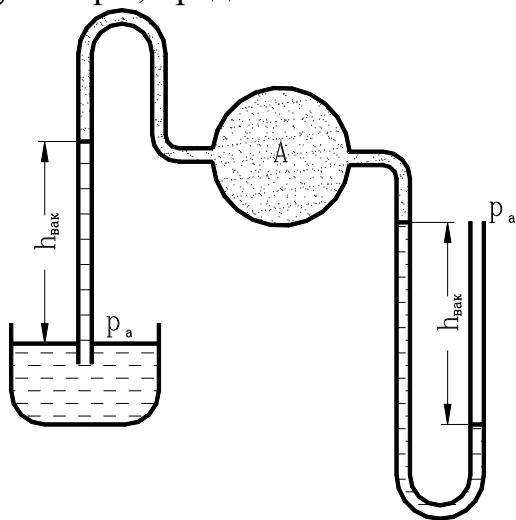
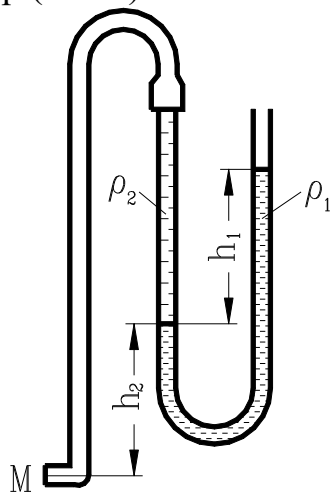


Рис. 7. Вакуумметры

$$p_{\text{вак}} = g\rho h_{\text{вак}}$$

Для измерения небольших давлений можно использовать U-образный манометр (Рис.8).



Если соединительная трубка заполнена жидкостью с плотностью ρ_2 , то

$$p_M = g\rho_1 h_1 + g\rho_2 h_2.$$

Если в трубке находится газ, то его плотностью и, следовательно, вторым слагаемым можно пренебречь.

Рис. 8. U-образный манометр

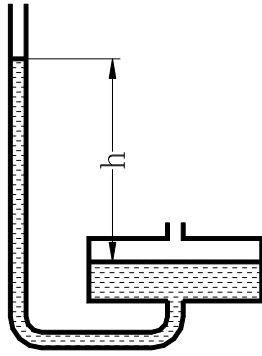


Рис. 9. Чашечный манометр

Более удобен в пользовании чашечный манометр (Рис. 9). Если площадь чаши велика, то подъем жидкости в трубке практически не изменяет уровня жидкости в чаше, поэтому надо фиксировать только уровень в трубке.

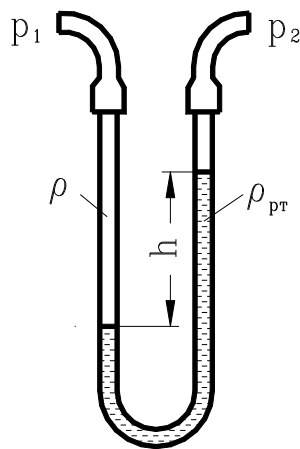


Рис.10. Дифференциальный манометр

Для измерения разности давлений в двух точках используют дифференциальные манометры, простейший из которых U-образный (Рис. 10). Если манометр заполнен ртутью, а соединительные шланги – жидкостью с плотностью ρ , то

$$p_1 - p_2 = g(\rho_{рт} - \rho)h.$$

Для измерения малых перепадов давления воды применяют двухжидкостный микроманометр (Рис. 11), который в верхней части заполняется маслом или керосином

$$p_1 - p_2 = g(\rho_2 - \rho_1)h.$$

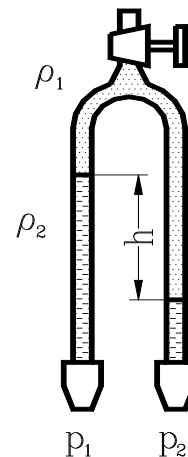


Рис. 11. Двухжидкостный микроманометр

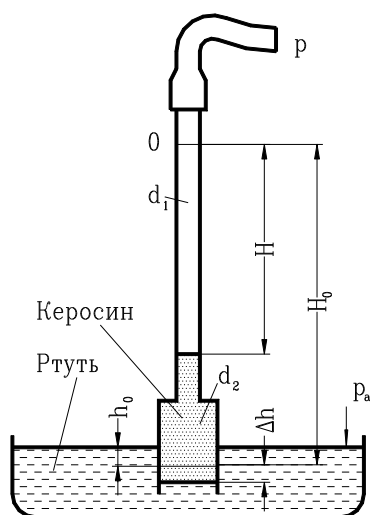


Рис. 12. Двухжидкостный чашечный манометр

Двухжидкостный чашечный манометр (Рис. 12) предназначен для измерения давлений воздуха в интервале от 0,01 до 0,05 МПа, то есть для случая, когда ртутные приборы не дают требуемой точности из-за малой высоты столба, а приборы, заполненные спиртом или водой, должны иметь очень большие габариты. Конструкция этого прибора позволяет подбором диаметров трубки d_1 и d_2 добиться условной плотности жидкости порядка 4000 – 6000 кг/м³.

Жидкостные приборы имеют очень высокую точность измерения давления, но применимы только в стационарных, лабораторных условиях, для ограниченного диапазона измеряемых давлений. Эти приборы хрупки и громоздки. Кроме того, ртутные приборы еще и токсичны, а ртуть – жидкость уникальная, другой жидкости с подобной плотностью в природе не существует. По этим причинам в технике широко используются механические и электрические приборы для измерения давлений. Во всех этих приборах есть либо полая пружина, либо мембрана, которая деформируется под действием давления. Деформация упругого элемента механического прибора передается через механически передачи на стрелку, которая показывает величину давления на шкале.

В электрических приборах эта деформация упругого элемента приводит к смещению движка потенциометра, установленного в мостовой схеме. Стрелочный электроприбор (вольтметр или амперметр) устанавливается в этой схеме и имеет градуировку в единицах давления.

2.5. Сила давления жидкости на плоскую стенку

Рассмотрим вопрос о силе давления жидкости на плоскую стенку площадью S , расположенную под произвольным углом α к горизонту и ограниченную произвольным контуром (Рис.13). Как известно, сила характеризуется тремя параметрами:

- направлением;
- величиной;
- точкой приложения.

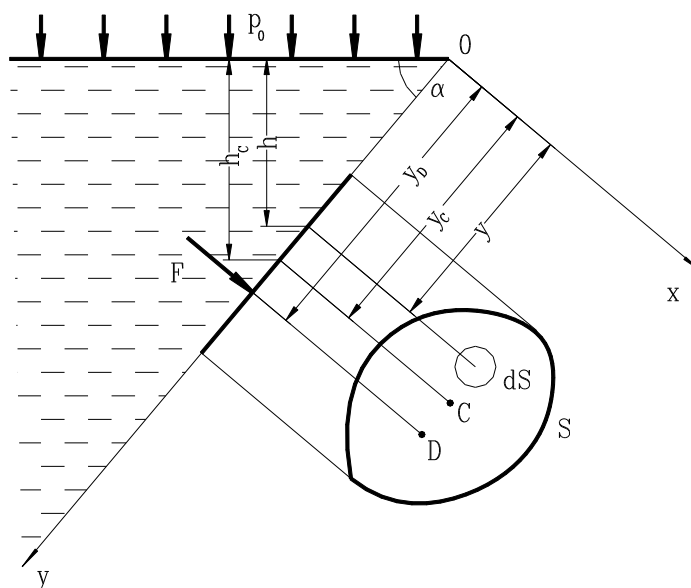


Рис. 13. Схема для определения силы давления жидкости на плоскую стенку

Давление в каждой точке стенки направлено по нормали к ней, следовательно, и равнодействующая сила давления будет перпендикулярна плоской стенке.

Ось Ox направим по линии пересечения стенки со свободной поверхностью жидкости, а ось Oy – перпендикулярно к этой линии в плоскости стенки.

Вычислим элементарную силу давления, приложенную к бесконечно малой площадке dS :

$$dF = p \cdot dS = (p_0 + gph)dS = p_0 dS + gph dS ,$$

где p_0 – давление на свободную поверхность;

h – глубина расположения площадки dS .

Для получения полной силы давления F проинтегрируем полученное выражение по всей площади S :

$$F = p_0 \int_S dS + g\rho \int_S h dS = p_0 S + g\rho \sin \alpha \int_S y dS .$$

Полученный интеграл представляет собой статический момент площади S относительно оси Ox и равен произведению этой площади на координату ее центра масс (точка C), то есть

$$\int_S y dS = y_C S .$$

Следовательно,

$$F = p_0 S + g\rho \sin \alpha y_C S = p_0 S + g\rho h_C S = (p_0 + g\rho h_C) S = p_C S ,$$

где h_C , p_C – глубина расположения центра масс площадки и давление в этой точке.

Таким образом, *полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление p_C в центре масс этой площади.*

Силу давления F можно представить как сумму двух сил: F_0 от внешнего давления p_0 и силы $F_{\text{ж}}$ от веса жидкости, то есть

$$F = F_0 + F_{\text{ж}} = (p_0 + p_C)S.$$

Если давление p_0 равно атмосферному и действует также с обратной стороны стенки, то сила избыточного давления жидкости на плоскую стенку

$$F_{\text{изб}} = F_{\text{ж}} = g\rho h_C S = p_{C\text{изб}} S.$$

Наиболее сложным является вопрос о точке приложения силы давления на плоскую стенку. Сила F_0 будет приложена в центре масс плоской стенки C , так как давление p_0 действует на все точки стенки одинаково. Точка приложения силы $F_{\text{ж}}$ отыскивается путем составления уравнения моментов равнодействующей и составляющих сил относительно горизонтальной оси, например, совпадающей с линией пересечения стенки со свободной поверхностью:

$$F_C y_D = \int_S y dF_C.$$

Выразим координату точки приложения силы y_D и подставим значения сил $F_{\text{ж}}$ и $dF_{\text{ж}}$:

$$y_D = \frac{g\rho \sin \alpha \int_S y^2 dS}{g\rho \sin \alpha y_C S} = \frac{J_x}{y_C S},$$

где $J_x = \int_S y^2 dS$ – момент инерции площади S относительно оси Ox .

Учитывая, что

$$J_x = J_{x0} + y_C^2 S$$

где J_{x0} – момент инерции площади S относительно горизонтальной оси, лежащей в плоскости стенки и проходящей через ее центр масс.

Отсюда, точка приложения силы $F_{\text{ж}}$ имеет координату

$$y_D = y_C + \frac{J_{x0}}{y_C S}$$

Если давление p_0 равно атмосферному, центр давления будет находиться в точке D . Как видно из формулы, y_D лежит ниже центра масс площади S . Если внешнее давление $p_0 > p_{\text{атм}}$, то равнодействующая будет приложена выше т. D и наоборот. Точное ее место приложения вычисляют из уравнения моментов.

2.6. Сила давления жидкости на криволинейные стенки. Плавание тел

Если поверхность имеет произвольную форму, то требуется находить 3 составляющих силы и 3 момента. Чаще рассматривают цилиндрические и сферические поверхности, имеющие вертикальную плоскость симметрии. Возьмем цилиндрическую поверхность (Рис. 14) с образующей, перпендикулярной плоскости рисунка и определим силу давления на эту поверхность в двух случаях:

- жидкость расположена сверху;
- жидкость расположена снизу.

На рисунке показана реакция стенки на жидкость, которая, как известно, равна силе давления жидкости на стенку (по третьему закону Ньютона). Рассмотрим условия равновесия объема жидкости $ABDE$, лежащей строго над интересующей нас криволинейной поверхностью. Условие равновесия в вертикальном направлении

$$F_B = p_0 S_r + G,$$

где S_r – горизонтальная проекция стенки;

G – вес жидкости в объеме $ABDE$.

Условие равновесия в горизонтальном направлении запишем с учетом того, что силы давления на площадки CD и AE равны:

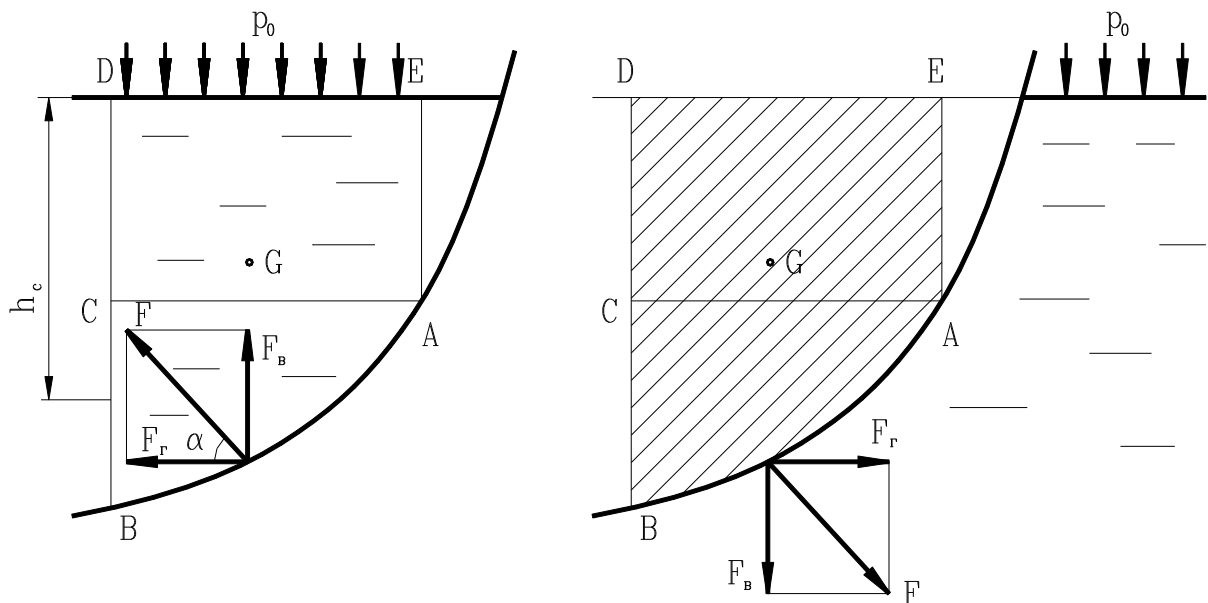


Рис. 14. Схема для определения силы давления жидкости на цилиндрическую поверхность

$$F_r = (p_0 + gph_c)S_B.$$

По вычисленным составляющим F_r и F_B найдем величину силы давления жидкости на стенку

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_B^2}.$$

Направление силы давления на стенку определяет угол α

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{F_B}{F_T}.$$

Для нахождения центра давления на цилиндрической стенке необходимо дополнительно определить положение центра масс объема $ABDE$, положение центра давления на вертикальную проекцию стенки. Центр давления находится из уравнения моментов. Если цилиндрическая поверхность круговая, то задача значительно упрощается, так как в этом случае равнодействующая силы давления жидкости на стенку проходит через ось цилиндрической поверхности. Дело в том, что в каждой точке поверхности давление направлено по нормали к стенке, то есть по радиусу и, таким образом, не создает момента относительно оси, проходящей через центр вращения. Тогда и равнодействующая сила не должна создавать момента относительно той же оси, то есть должна проходить через центр вращения.

В случае, когда жидкость находится ниже стенки, давления в каждой точке будут иметь те же значения, что и в первом случае, но направлены противоположно. Следовательно, определять силу давления на криволинейную стенку можно точно так же, но направлена она будет в противоположном направлении. Следует обратить внимание на то, что при определении вертикальной составляющей силы все равно надо вычислять вес жидкости в объеме $ABDE$, хотя на самом деле жидкости там нет.

Примененный сейчас прием определения вертикальной составляющей силы давления применим и для вывода закона Архимеда (Рис. 15).

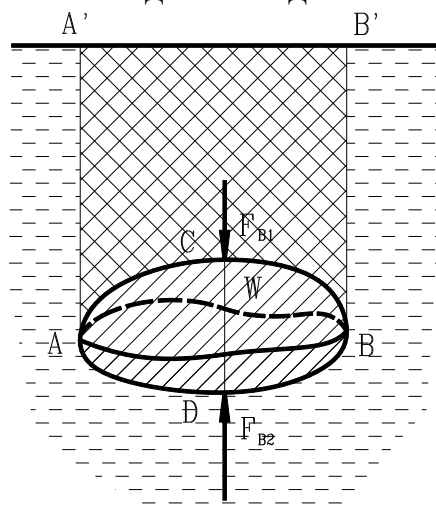


Рис. 15. Схема для доказательства закона Архимеда

Пусть в жидкость погружено тело произвольной формы объемом W . Возьмем проекцию этого тела на свободную поверхность жидкости и проведем вдоль полученной линии цилиндрическую поверхность с верти-

кальной образующей. Эта поверхность будет касаться тела по замкнутой линии, делящей поверхность тела на верхнюю и нижнюю части.

Найдем вертикальные составляющие силы давления жидкости на верхнюю и нижнюю части поверхности тела. Они будут равны весам жидкости соответственно в объемах $ACBB'A'$ и $ADBB'A'$. Обозначим их $F_{в1}$ и $F_{в2}$. Равнодействующая этих двух сил будет равна их разности, то есть весу жидкости в объеме тела, и направлена вверх.

$$F_a = F_{в2} - F_{в1} = g\rho W.$$

Равнодействующая всех горизонтальных составляющих сил давления всегда равна 0, так как вертикальные проекции левой и правой, передней и задней частей тела всегда попарно равны, и противоположно направленные горизонтальные составляющие силы давления друг друга уравновешивают. Этот вывод можно получить и, не анализируя в тонкостях горизонтальные составляющие силы давления. Ведь если бы горизонтальная составляющая силы давления не была бы равна 0, то тело под ее действием поплыло бы в неподвижной жидкости, причем не затрачивая энергии. Это означало бы нарушение закона сохранения энергии.

Таким образом, мы доказали закон Архимеда, который гласит: *на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх, численно равная весу жидкости, вытесненной телом, и приложенная в центре масс объема погруженной части тела (центре водоизмещения).*

Следует отметить, что центр масс тела и центр масс объема тела в общем случае не совпадают. Они совпадают только в случае, когда тело имеет равномерную плотность.

Если сила поддержания (архимедова) меньше веса тела, то оно тонет. Если больше, то тело всплывает на поверхность. Если равна, то тело плавает в толще жидкости.

Для равновесия плавающего тела необходимо, чтобы центр масс и центр водоизмещения лежали на одной вертикальной прямой. Если центр масс лежит ниже центра водоизмещения, то равновесие устойчивое, если выше, то – неустойчивое.

Глава 3. Основы кинематики и динамики жидкости

3.1. Основные понятия

Кинематика жидкости отличается от кинематики твердого тела, у которого все точки жестко соединены между собой. В жидкости частицы могут перемещаться относительно друг друга. Задачей кинематики жидкости является определение скорости в любой ее точке, то есть определение поля скоростей.

В гидравлике существуют понятия *идеальной* и *реальной* жидкости. *Идеальной* жидкостью называют абстрактную модель жидкости, абсолютно лишенной вязкости и несжимаемой. *Реальная* жидкость всегда рассматривается как вязкая, а сжимаемостью часто пренебрегают.

Рассмотрим движение идеальной жидкости. В такой жидкости, как и в неподвижной, возможны тоже только сжимающие нормальные напряжения, то есть гидромеханическое давление. Давление в движущейся идеальной жидкости обладает теми же свойствами, что и в неподвижной жидкости: на внешней поверхности жидкости оно направлено по внутренней нормали, а в любой другой точке – по всем направлениям одинаково.

Течение жидкости может быть установившимся (стационарным) и неустановившимся (нестационарным).

Установившимся называется течение, неизменное во времени, при котором давление и скорость являются только функциями координат, но не зависят от времени. Давление и скорость могут изменяться при перемещении частицы жидкости, но в данной неподвижной относительно русла точке давление и скорость во времени не изменяются:

$$p = p(x, y, z); \quad \bar{V} = V(x, y, z);$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial V_x}{\partial t} = \frac{\partial V_y}{\partial t} = \frac{\partial V_z}{\partial t} = 0.$$

В частном случае стационарное течение жидкости может быть *равномерным*, когда скорость каждой частицы не изменяется при изменении ее координат, и поле скоростей остается неизменным вдоль потока.

Неустановившимся называется течение жидкости, все характеристики которого (или некоторые из них) изменяются во времени в точках рассматриваемого пространства:

$$p = p(x, y, z, t); \quad \bar{V} = V(x, y, z, t).$$

Исследовать установившиеся течения значительно проще, чем неустановившиеся. В дальнейшем мы будем чаще всего вести речь об установившихся течениях. Траектории частиц при стационарном течении неизменны во времени. При нестационарном течении траектории частиц, проходящих через данную точку пространства в различные моменты времени, могут иметь различную форму. Поэтому для рассмотрения картины течения вводится понятие линии тока.

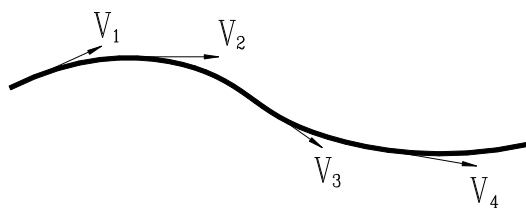


Рис. 16. Линия тока

Линия тока (Рис. 16) – это кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной.

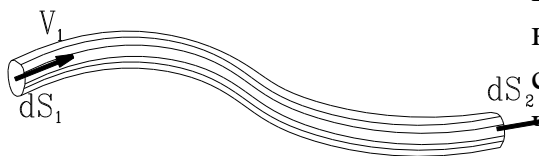


Рис. 17. Трубка тока

Если в движущейся жидкости взять бесконечно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то образуется трубчатая поверхность, называемая *трубкой тока* (Рис. 17). Часть потока, заключенная внутри трубки тока, называется *элементарной струйкой*.

В любой точке трубки тока скорости частиц жидкости направлены по касательной, нормальная к этой поверхности составляющая скорости отсутствует, следовательно, при установившемся движении ни одна частица жидкости ни в одной точке не может проникнуть внутрь струйки или выйти наружу. Таким образом, трубка тока является как бы непроницаемой стенкой, а элементарная струйка – это самостоятельный элементарный поток.

Живым сечением потока называется поверхность в пределах потока, проведенная нормально к линиям тока. Если элементарные струйки проходят параллельно, то живое сечение потока будет плоским.

Смоченным периметром η называют длину линии соприкосновения жидкости с твердыми стенками в данном живом сечении.

Гидравлическим радиусом называют отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру:

$$R_r = \frac{S}{\eta}.$$

Гидравлический диаметр равен 4 гидравлическим радиусам:

$$D_r = 4R_r.$$

Легко убедиться, что для круглого сечения $R_r = 0,5R$, а $D_r = D$.

Чаще всего живое сечение имеет форму круга, но если форма сечения иная, то в формулы подставляют эквивалентный гидравлический диаметр.

Различают напорное и безнапорное течение. *Напорным* называют течение в закрытых руслах без свободной поверхности, а *безнапорным* – течение со свободной поверхностью. При напорном течении давление обычно вдоль потока переменное, при безнапорном – постоянное (на сво-

бодной поверхности) и чаще всего атмосферное. В данном курсе мы будем рассматривать напорные течения.

3.2. Расход. Уравнение расхода

Расходом называется количество жидкости, протекающее через живое сечение потока (струйки) в единицу времени. Количество жидкости можно задать объемом, массой или весом. Соответственно и расходы бывают объемный Q , массовый Q_m и весовой Q_G .

Для элементарной струйки, имеющей бесконечно малые площади живых сечений, можно считать скорость жидкости в любой точке сечения одинаковой. Тогда

$$dQ = V dS; \quad dQ_m = \rho dQ = \rho V dS; \quad dQ_G = g dQ_m = g \rho V dS,$$

где dS – площадь живого сечения струйки.

Для потока конечных размеров скорость в различных точках сечения будет различной, поэтому расход следует определять как сумму элементарных расходов струек

$$Q = \int_S V dS.$$

Но это чисто теоретическая формула, воспользоваться ей для определения расхода проблематично. Обычно вводят в рассмотрение среднюю по сечению скорость потока, которую можно найти по измерянному расходу

$$V_{cp} = \frac{Q}{S}, \quad \text{откуда} \quad Q = V_{cp} S.$$

Основываясь на законе сохранения вещества, на предположении о неразрывности (сплошности) потока и на свойстве непроницаемости трубки тока, для стационарного течения несжимаемой жидкости можно утверждать, что объемный расход во всех сечениях элементарной струйки один и тот же:

$$dQ = V_1 dS_1 = V_2 dS_2 = \text{const (вдоль струйки)}.$$

Это уравнение объемного расхода для элементарной струйки.

Аналогичное уравнение можно записать и для потока конечных размеров, ограниченного непроницаемыми стенками, только скорости следует брать средние

$$Q = V_{cp1} S_1 = V_{cp2} S_2 = \text{const (вдоль потока)}.$$

Из последнего уравнения следует, что средние скорости в потоке несжимаемой жидкости обратно пропорциональны площадям живых сечений:

$$\frac{V_{cp1}}{V_{cp2}} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Уравнение расхода – это частный случай закона сохранения вещества для условий неразрывности потока.

3.3. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Рассмотрим установившееся течение идеальной жидкости, находящейся под действием только одной массовой силы – силы тяжести. Возьмем одну из элементарных струек потока и выделим сечениями 1 и 2 участок струйки произвольной длины. Пусть площади сечений равны dS_1 и dS_2 , скорости в них V_1 и V_2 , давления – p_1 и p_2 , а высоты от произвольного уровня z_1 и z_2 .

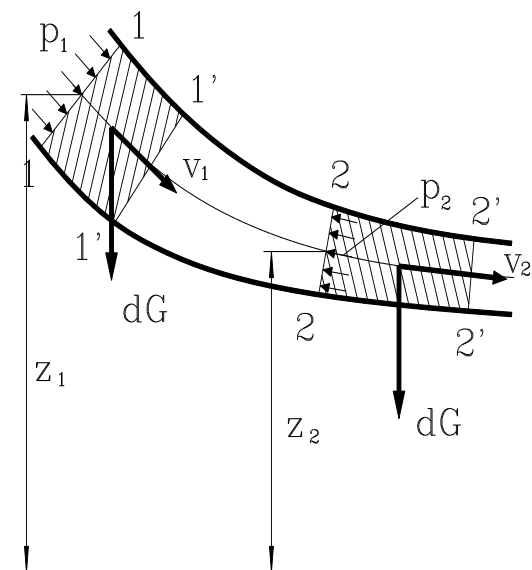


Рис. 18. Схема для вывода уравнения Бернулли

За бесконечно малый отрезок времени dt участок струйки сместится в положение $1' - 2'$.

Из механики известно, что работа сил, приложенных к телу, равна приращению кинетической энергии тела. В данном случае к участку струйки приложены поверхностные силы давления и массовая сила – сила тяжести.

Работа сил давления в первом сечении положительна, так как направление силы совпадает с направлением перемещения, во втором – отрицательная, а на боковой поверхности струйки равна нулю (вектора силы и скорости перпендикулярны).

Работа сил давления в первом сечении положительна, так как направление силы совпадает с направлением перемещения, во втором – отрицательная, а на боковой поверхности струйки равна нулю (вектора силы и скорости перпендикулярны).

Работа равна произведению силы на перемещение вдоль направления силы. Тогда работа сил давления будет равна

$$p_1 dS_1 V_1 dt - p_2 dS_2 V_2 dt.$$

Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии положения участка струйки, поэтому надо из энергии положения жидкости в объеме $1 - 2$ вычесть энергию положения в объеме $1' - 2'$. При этом энергия положения объема $1' - 2$ остается неизменной, и останется лишь разность энергий элементов $1 - 1'$ и $2 - 2'$. Учитывая уравнение расхода, просто заметить, что вес обоих элементов одинаков

$$dG = g\rho V_1 dt dS_1 = g\rho V_2 dt dS_2.$$

Тогда работа силы тяжести: $dG(z_1 - z_2).$

При вычислении приращения кинетической энергии рассматриваемого участка струйки за время dt , необходимо из кинетической энергии объема $1' - 2'$ вычесть кинетическую энергию объема $1 - 2$. Получится разность кинетических энергий объемов $2 - 2'$ и $1 - 1'$. Таким образом, приращение кинетической энергии участка струйки равно

$$\frac{dG(V_2^2 - V_1^2)}{2g}.$$

Из полученных выражений составим уравнение:

$$p_1 dS_1 v_1 dt - p_2 dS_2 v_2 dt + dG(z_1 - z_2) = \frac{dG(v_2^2 - v_1^2)}{2g}.$$

Разделим его на dG

$$\frac{p_1}{g\rho} - \frac{p_2}{g\rho} + z_1 - z_2 = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}.$$

Перегруппировав слагаемые, получим уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости:

$$z_1 + \frac{p_1}{g\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g},$$

где z – геометрический напор (высота);

$\frac{p}{g\rho}$ – пьезометрический напор (высота);

$\frac{V^2}{2g}$ – скоростной напор (высота).

Так как сечения струйки взяты произвольным образом, то сумма этих трех напоров (H – полный напор) есть величина постоянная вдоль струйки:

$$H = z + \frac{p}{g\rho} + \frac{V^2}{2g} = \text{const.}$$

Уравнение Бернулли можно переписать через удельные энергии. Для этого домножим его на g :

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2},$$

где gz – удельная энергия положения;

$\frac{p}{\rho}$ – удельная энергия давления движущейся жидкости;

$\frac{V^2}{2}$ – удельная кинетическая энергия.

Мы видим, что последнее уравнение – это уравнение закона сохранения механической энергии.

Если это уравнение домножить еще и на ρ , то получим уравнение Бернулли, записанное через давления:

$$g\rho z_1 + p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = g\rho z_2 + p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2},$$

где $g\rho z$ – весовое давление;

p – гидромеханическое давление;

$\frac{\rho V^2}{2}$ – динамическое давление.

Проиллюстрируем уравнение Бернулли графиком (Рис. 19), на котором показано изменение всех трех напоров вдоль элементарной струйки. Линия изменения пьезометрических напоров называется пьезометрической линией. Ее можно рассматривать как геометрическое место уровней в пьезометрах, установленных вдоль струйки.

Из графика хорошо видно, что изменение площади живого сечения струйки приводит к заметному изменению скоростного напора. При уменьшении диаметра живого сечения в 2 раза скорость возрастает также в 2 раза, а скоростной напор – в 4 раза. При горизонтальном расположении струйки это изменение происходит за счет изменения пьезометрического напора. При резком сужении элементарной струйки пьезометрический напор, а значит и давление, могут упасть настолько, что последнее станет меньше атмосферного, то есть возникнет разрежение.

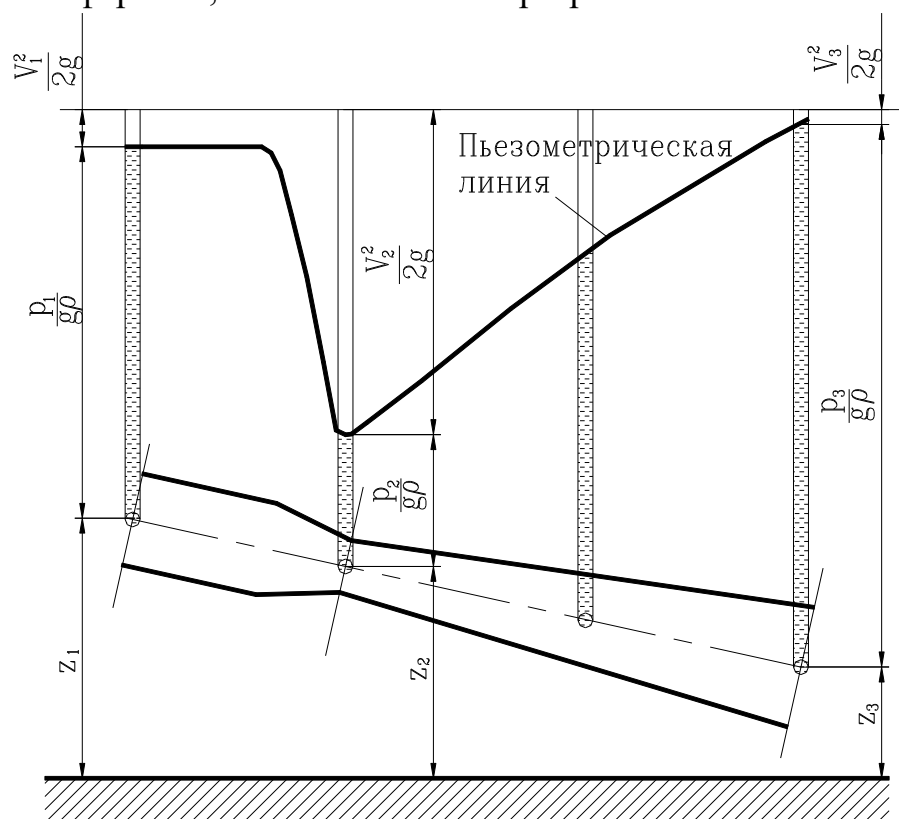


Рис. 19. Изменение напоров вдоль струйки идеальной жидкости

На первый взгляд, согласно уравнения Бернулли, при очень сильном сужении струйки абсолютное давление может стать и вовсе отрицательным, что в принципе невозможно. Дело в том, что при снижении давления в струйке до давления насыщенных паров жидкость начнет резко испаряться, и давление останется положительным. Но в этом случае пользоваться

уравнением Бернулли уже нельзя, так как при его выводе использовалось уравнение расхода, которое справедливо только при условии, что не нарушается сплошность среды.

3.4. Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости

В потоке идеальной жидкости возьмем точку M с координатами x, y, z и выделим возле нее элемент жидкости в форме прямоугольного параллелепипеда так, чтобы точка M была одной из его вершин (Рис. 20). Ребра параллелепипеда параллельны координатным осям и равны dx, dy, dz . Составим уравнение движения этого элемента жидкости. Пусть на жидкость внутри него действует результирующая единичная массовая сила с составляющими X, Y и Z . Тогда массовые силы, действующие на выделенный объем будут равны этим составляющим, умноженным на массу элемента. Поверхностные силы будут равны давлениям, умноженным на площади граней параллелепипеда.

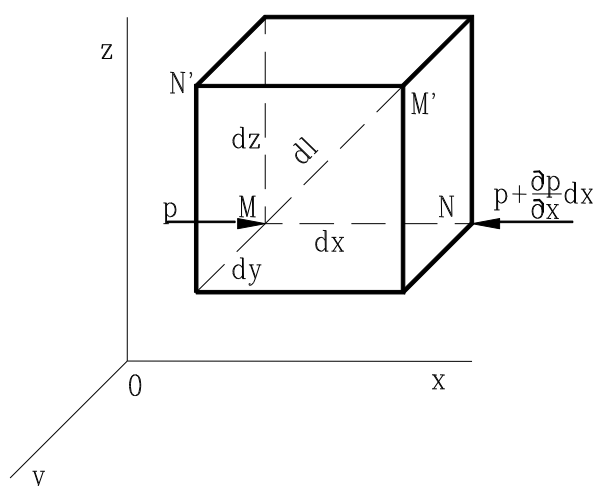


Рис. 20. Схема для вывода дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости.

Согласно второму закону Ньютона, уравнения движения вдоль координатных осей примут вид:

$$\rho dx dy dz \frac{dV_x}{dt} = X \rho dx dy dz + p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz ;$$

$$\rho dx dy dz \frac{dV_y}{dt} = Y \rho dx dy dz + p dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz ;$$

$$\rho dx dy dz \frac{dV_z}{dt} = Z \rho dx dy dz + p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy .$$

Приведя подобные и разделив уравнения на массу элемента $\rho dx dy dz$, получим

$$\frac{dV_x}{dt} = \mathbf{X} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x};$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \mathbf{Y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y};$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \mathbf{Z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Эта система дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости носит название уравнений Эйлера. Все члены этих уравнений имеют размерность ускорений, а смысл каждого уравнения состоит в следующем: полное ускорение частицы вдоль координатной оси складывается из ускорения от массовых сил и ускорения от сил давления.

Эти уравнения справедливы как для несжимаемой, так и для сжимаемой жидкости, как для стационарного, так и нестационарного течения.

Для стационарного течения умножим каждое из уравнений на соответствующие проекции элементарного перемещения, равные $dx = V_x dt$; $dy = V_y dt$; $dz = V_z dt$, и сложим уравнения. Получим

$$\mathbf{X}dx + \mathbf{Y}dy + \mathbf{Z}dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = V_x dV_x + V_y dV_y + V_z dV_z.$$

Выражение в скобках – это полный дифференциал давления dp , выражения в правых частях – дифференциалы от половин квадратов проекций скорости:

$$\mathbf{X}dx + \mathbf{Y}dy + \mathbf{Z}dz - \frac{dp}{\rho} = d\left(\frac{V_x^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_y^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_z^2}{2}\right);$$

или

$$dU = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{V^2}{2}\right),$$

где U – силовая функция.

Рассмотрим частный случай этого уравнения, когда из массовых сил действует только сила тяжести: $\mathbf{X} = \mathbf{Y} = 0$; $\mathbf{Z} = -g$. Подставляя эти значения, получим:

$$-g dz = \left(\frac{dp}{\rho}\right) + d\left(\frac{V^2}{2}\right),$$

или

$$dz + \left(\frac{dp}{g\rho}\right) + d\left(\frac{V^2}{2g}\right) = 0.$$

Для идеальной жидкости плотность $\rho = \text{const}$, так как эта жидкость абсолютно несжимаемая. Поэтому предыдущее уравнение можно переписать в виде

$$d\left(z + \frac{p}{g\rho} + \frac{V^2}{2g}\right) = 0.$$

Следовательно, $z + \frac{p}{g\rho} + \frac{V^2}{2g} = \text{const}$, то есть мы получили уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

3.5. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

При переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к потоку реальной жидкости, имеющему конечные размеры и ограниченному стенками, необходимо учесть неравномерность распределения скоростей по сечению (Рис. 21), а также потери энергии (напора). И то, и другое является следствием вязкости жидкости.

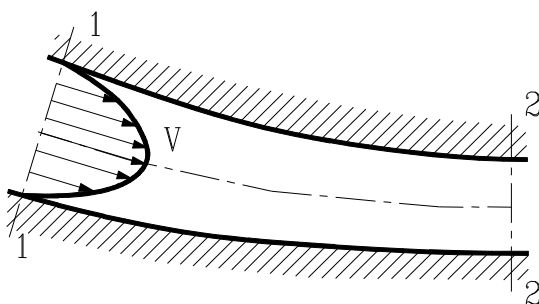


Рис. 21. Распределение скоростей в реальном потоке

При движении вязкой жидкости вдоль стенки происходит торможение потока за счет сил молекулярного сцепления между молекулами жидкости и стенки, а также за счет касательных напряжений в самой жидкости. Вследствие этого на поверхности стенки скорость жидкости практически равна нулю, а максимума достигает в центре потока (в закрытом русле) или на свободной поверхности вдали от стенки (в открытом русле). Кроме преодоления указанных сил, часто энергия тратится на перемешивание жидкости, вихреобразование, вращение ее частиц. Поэтому полная удельная энергия движущейся реальной жидкости не остается постоянной вдоль потока, а уменьшается.

Из-за неравномерности скоростей в сечении приходится вводить среднюю скорость потока $V_{\text{ср}}$, а также среднее значение полной удельной энергии.

Прежде, чем приступить к выводу уравнения, введем допущение: будем считать, что в пределах рассматриваемых поперечных сечений потока

справедливо основное уравнение гидростатики, то есть гидростатический напор в пределах сечения есть величина постоянная:

$$z + \frac{p}{g\rho} = \text{const}.$$

Другими словами, считаем, что при движении жидкости отдельные струйки оказывают друг на друга в поперечном направлении такое же давление, как и слои неподвижной жидкости.

Введем понятие мощности потока. *Мощностью потока* в данном сечении называют полную энергию, которую проносит поток через это сечение в единицу времени.

Так как в различных точках сечения потока скорости различны, различны будут и энергии частиц жидкости. Поэтому запишем сначала выражение для мощности элементарной струйки в виде произведения удельной полной энергии на массовый расход:

$$dN = gH \cdot dQ_m = \left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right) \rho V dS.$$

Мощность всего потока – это сумма мощностей всех входящих в него элементарных струек

$$N = \rho \int_S \left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right) V dS = \rho \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) \int_S V dS + \frac{\rho}{2} \int_S V^3 dS.$$

Средняя по сечению полная удельная энергия

$$gH_{\text{cp}} = \frac{N}{\rho Q} = gz + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2Q} \int_S V^3 dS.$$

Последнее слагаемое умножим и разделим на V_{cp}^2 и перейдем к напорам:

$$H_{\text{cp}} = z + \frac{p}{g\rho} + \frac{\int_S V^3 dS}{V_{\text{cp}}^3 S} \frac{V_{\text{cp}}^2}{2g} = z + \frac{p}{g\rho} + \alpha \frac{V_{\text{cp}}^2}{2g},$$

где $\alpha = \frac{\int_S V^3 dS}{V_{\text{cp}}^3 S}$ – безразмерный коэффициент Кориолиса, учитывающий

неравномерность распределения скоростей по сечению потока. Если умножить числитель и знаменатель этого выражения на $\rho/2$, то становится понятно, что α – это отношение действительной кинетической энергии потока в данном сечении к кинетической энергии потока с тем же расходом и в том же сечении, но при равномерном распределении скоростей.

При равномерном распределении скоростей по сечению потока $\alpha = 1$, а при неравномерном $\alpha > 1$.

Возьмем два сечения реального потока и обозначим средние значения полного напора жидкости в этих сечениях H_{cp1} и H_{cp2} . Тогда

$$H_{cp1} = H_{cp2} + \Sigma h_{\pi},$$

где Σh_{π} – суммарная потеря полного напора на участке между 1 и 2 сечениями.

Используя выражение для полного напора, получим

$$z_1 + \frac{p_1}{g\rho} + \alpha_1 \frac{V_{cp1}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \alpha_2 \frac{V_{cp2}^2}{2g} + \Sigma h_{\pi}.$$

Это и есть уравнение Бернулли для потока реальной жидкости.

Отличий от уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости 3:

- есть слагаемое, учитывающее потери напора;
- использованы коэффициенты Кориолиса;
- использованы средние скорости потока в сечениях.

Умножив уравнение на g , получим уравнение Бернулли, записанное через удельные энергии:

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_{cp1}^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_{cp2}^2}{2} + g\Sigma h_{\pi},$$

где $g\Sigma h_{\pi}$ – потери удельной энергии жидкости.

Если домножить последнее уравнение на ρ , то получим уравнение в давлениях:

$$g\rho z_1 + p_1 + \alpha_1 \frac{\rho V_{cp1}^2}{2} = g\rho z_2 + p_2 + \alpha_2 \frac{\rho V_{cp2}^2}{2} + g\rho \Sigma h_{\pi},$$

где $g\rho \Sigma h_{\pi}$ – потери давления.

Полученное уравнение Бернулли справедливо и для газа, при условии, что скорость его движения значительно меньше скорости звука.

Таким образом, полный напор в потоке реальной жидкости не остается постоянным, а все время уменьшается вдоль потока, причем в общем случае, неравномерно (Рис. 22).

Энергия, теряемая потоком на участке между двумя рассматриваемыми сечениями, не исчезает, а превращается в тепловую. Этот процесс необратим, то есть тепловая энергия не может преобразоваться обратно в механическую энергию потока. Тепловая энергия воспринимается жидкостью и стенками. Учитывая значения теплоемкостей жидкостей и величины потерь энергии, можно сказать, что нагрев жидкости, как правило, мало ощутим.

В горизонтальной трубе постоянного сечения геометрический и скоростной напоры будут оставаться неизменными, а падение полного напора будет происходить за счет уменьшения пьезометрического напора.

Уменьшение среднего значения полной удельной энергии жидкости вдоль потока, приходящееся на единицу его длины, называется *гидравлическим уклоном*. Изменение удельной потенциальной энергии давления, приходящееся на единицу длины потока, называется *пьезометрическим уклоном*. В горизонтальной трубе постоянного сечения эти уклоны одинаковы.

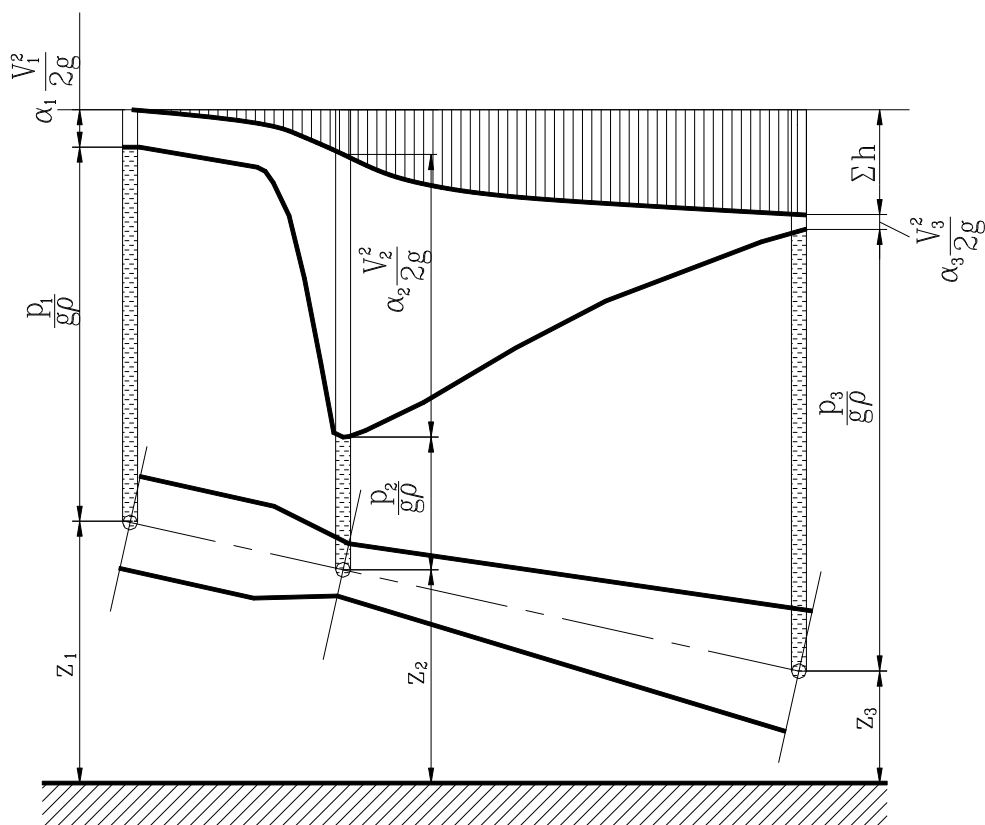


Рис. 22. Графическая иллюстрация уравнения Бернулли для реального потока

3.6. Понятие о гидравлических потерях

Потери напора (гидравлические потери) зависят от формы, размеров русла, скорости течения и вязкости жидкости, а иногда и от абсолютного давления в ней. Вязкость жидкости, хотя и является первопричиной всех гидравлических потерь, но далеко не всегда оказывает существенное влияние на их величину.

Как показывают опыты, во многих, но не во всех, случаях гидравлические потери приблизительно пропорциональны квадрату средней скорости, поэтому в гидравлике принят следующий общий способ выражения гидравлических потерь:

$$h_{\Pi} = \xi \frac{V_{\text{ср}}^2}{2g},$$

то есть потери пропорциональны скоростному напору. Коэффициент пропорциональности ξ называется *коэффициентом потерь* или *коэффициентом сопротивления*, значения которого для данного русла в первом грубом приближении можно считать постоянным.

Гидравлические потери подразделяют на *местные потери* и *потери на трение по длине*.

Местные потери напора обусловлены *местными гидравлическими сопротивлениями*, которые представляют собой короткие участки трубопровода или канала, на котором скорость потока изменяется по величине или направлению, и обычно возникают крупные вихри.

Примерами местных сопротивлений могут служить поворот, внезапное или постепенное сужение, расширение русла, задвижка, диафрагма, фильтр и т.п.

Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха

$$h_m = \xi_m \frac{V^2}{2g},$$

где V – средняя по сечению скорость в трубе, в которой установлено местное сопротивление; если диаметр трубы, а значит и скорость, изменяются, то в расчет принимают большую из двух скоростей;

ξ_m – коэффициент местного сопротивления, который приближенно можно считать постоянным для данной формы местного сопротивления.

Потери на трение по длине – это потери напора, которые в чистом виде возникают в прямых трубах постоянного сечения, то есть при равномерном течении, и возрастают пропорционально длине трубы. Эти потери обусловлены внутренним трением в жидкости, поэтому они наблюдаются и в гладких трубах.

Потери на трение по длине можно вычислить по общей формуле

$$h_{тр} = \xi_{тр} \frac{V^2}{2g},$$

но удобнее коэффициент $\xi_{тр}$ связать с относительной длиной трубы l/d :

$$\xi_{тр} = \lambda \frac{l}{d}.$$

Формула для определения потерь напора на трение по длине примет вид:

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

Она носит название формулы Вейсбаха-Дарси, где λ – *коэффициент потерь на трение по длине* или *коэффициент Дарси*.

3.7. Использование уравнения Бернулли в технике

Рассмотрим некоторые технические устройства, использующие в своей работе уравнение Бернулли.

Расходомер Вентури (Рис. 23) – это устройство, устанавливаемое в трубопроводе и осуществляющее сужение (дресселирование) потока жидкости.

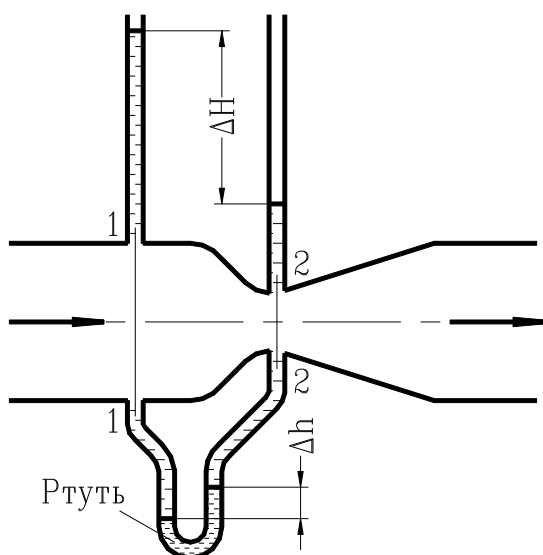


Рис. 23. Схема расходомера Вентури

Расходомер состоит из двух участков – плавно сужающегося (сопла) и постепенно расширяющегося (диффузора). В узком месте потока скорость его возрастает, а давление падает. Возникает перепад давлений, который может фиксироваться либо двумя пьезометрами, либо дифференциальным U-образным манометром и связан с расходом. Установим эту связь. Будем считать, что распределение скоростей в сечениях трубопровода равномерное, тогда коэффициент Кориолиса $\alpha = 1$.

Запишем уравнения Бернулли и расхода для двух сечений, указанных на схеме:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_m; \quad V_1 S_1 = V_2 S_2.$$

Дополним эту систему уравнений еще двумя:

$$h_m = \xi \frac{V_2^2}{2g}; \quad \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \Delta H.$$

Выразим из уравнения расхода скорость V_1 и подставим ее и два последних выражения в уравнение Бернулли:

$$\Delta H + \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 \frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + \xi_m \frac{V_2^2}{2g}.$$

Найдем из этого выражения V_2 :

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta H}{1 + \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \xi_M}}.$$

Отсюда объемный расход

$$Q = V_2 S_2 = S_2 \sqrt{\frac{2g}{1 + \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \xi_M}} \sqrt{\Delta H} = C \sqrt{\Delta H},$$

где C – величина, постоянная для данного расходомера, которую, чаще всего, определяют опытным путем.

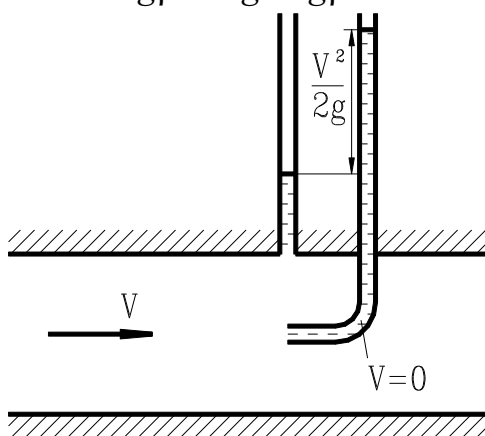
Зная C , можно по показаниям пьезометров определить расход в любой трубе, в которую будет установлен данный расходомер.

Если вместо пьезометров подключен U-образный дифференциальный манометр, заполненный ртутью, то $\Delta H = \Delta h \frac{\rho_{\text{рт}} - \rho}{\rho}$.

Трубка полного напора (трубка Пито) (Рис. 24) служит для измерения скорости, например в трубе.

В пьезометре, конец которого загнут навстречу потоку жидкость поднимется выше, чем обычном пьезометре на величину скоростного напора. Это объясняется тем, что жидкость попавшая в этот пьезометр полностью останавливается, поэтому при $\alpha = 1$ можно записать уравнение Бернулли для невозмущенного потока и сечения, в котором расположены пьезометры:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g}.$$



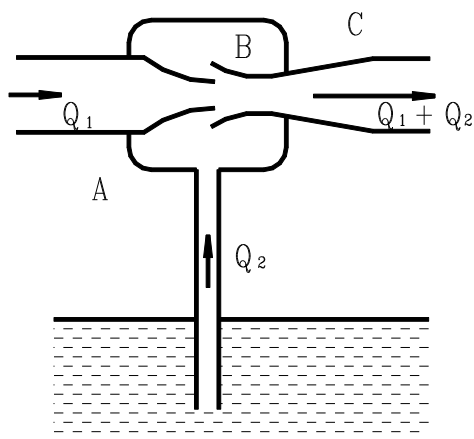
Отсюда

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g},$$

тогда

$$V = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}}.$$

Рис. 24. Схема трубки полного напора



Струйный насос (эжектор)
(Рис. 25) состоит из плавно сходящегося насадка А, осуществляющего сжатие потока, и постепенно расширяющейся трубки С, установленной на некотором расстоянии от насадка в камере В.

Рис. 25. Схема струйного насоса

Вследствие сужения потока в насадке А возрастает скорость потока, а давление в нем и во всей камере В снижается. В трубке С скорость потока постепенно снижается, а давление возрастает приблизительно до атмосферного. Следовательно, в камере В возникает разрежение, под действием которого жидкость из нижнего резервуара всасывается в камеру В, где происходит слияние и перемешивание двух потоков.

Чаще всего, первый поток – это поток воздуха, а второй – жидкость, которую необходимо распылять.

3.8. Кавитация

Тесно связано с уравнением Бернулли такое явление как кавитация.

В некоторых случаях при движении жидкости в закрытых руслах происходит изменение агрегатного состояния жидкости, то есть из жидкого состояния она переходит в парообразное. Кроме того, при этом из жидкости бурно выделяются растворенные в ней газы. Это может произойти, например, при прохождении жидкости через местное сужение трубы. Как мы знаем, при этом произойдет увеличение скорости потока, и, согласно уравнения Бернулли, упадет давление. Если давление перед сужением русла мало, то, падая, оно может сравняться с давлением насыщенных паров и жидкость начнет интенсивно испаряться. В потоке жидкости появится большое количество мелких пузырьков, которые, попадая в зону более высокого давления, например, где труба снова расширяется, захлопываются (газы вновь растворяются, а пары конденсируются). При этом жидкость, устремляясь к центру пузырька, ударяется сама о себя и происходят микроскопические гидравлические удары.

Это местное нарушение сплошности течения с образованием паровых и газовых пузырей (каверн), обусловленное местным падением давления в потоке, называется *кавитацией*.

При возникновении кавитации значительно увеличивается сопротивление трубопроводов и, следовательно, уменьшается их пропускная способность, потому что каверны уменьшают живые сечения потоков, скорость в которых резко возрастает.

Кавитация сопровождается характерным шумом, а при длительном воздействии также эрозионным разрушением металлических стенок. Дело в том, что в центрах захлопывающихся пузырьков давление подскакивает до $1500 \div 2000$ ат, а температуры – до $1000 \div 1500^\circ\text{C}$. От мгновенного разрушения гидросистему спасает только то, что объемы, в которых наблюдаются такие параметры, микроскопически малы, а распространяясь по жидкости давление и температура очень быстро падают. Но если пузырек захлопывается на поверхности трубы или гидроагрегата, то высокое давление и температура воздействуют на металл и разрушают его, выкрашивают. Механическое воздействие сопровождается химическим, так как в растворенном воздухе процент содержания кислорода существенно выше, чем в атмосферном, так как кислород растворяется в жидкостях лучше, чем азот.

Так новый насос, работающий в режиме кавитации, может потерять производительность уже через $20 \div 60$ минут работы!

Явление кавитации – вредное явление, но в некоторых случаях его используют, например, в кавитационном регуляторе расхода, в котором падение давления за суженным сечением трубы приводит к росту расхода и падению давления в узком сечении только до тех пор, пока давление не опустится до давления насыщенных паров. После этого снижение давления на выходе регулятора не будет сказываться на величине давления и расхода в узком сечении, будет просто увеличиваться зона кавитации, более интенсивно происходить парообразование.

Кавитация может возникать в насосах, гидротурбинах, на лопастях быстро вращающихся гребных винтов, во всех местных сопротивлениях, где поток претерпевает сужение с последующим расширением (вентили, краны, задвижки, диафрагмы, жиклеры и т.п.).

Кавитация протекает по-разному в простых (однокомпонентных) и сложных (многокомпонентных) жидкостях. В сложных жидкостях, в которых существуют легкие и тяжелые фракции, это явление менее ярко выражено, так как легкие фракции вскипают при более высоком давлении, то есть раньше, а конденсируются позже тяжелых.

Для характеристики местных гидравлических сопротивлений в отношении кавитации применяется безразмерный критерий, называемый числом кавитации:

$$\kappa = \frac{p_1 - p_{\text{н.п.}}}{\frac{\rho V_1^2}{2}},$$

где p_1 , V_1 – давление и скорость жидкости перед сужением потока.

Значение k , при котором в местном сопротивлении начинается кавитация, называется критическим числом кавитации $k_{кр}$.

Какие меры борьбы с кавитацией можно порекомендовать?

1. Повысить давление перед местным сопротивлением p_1 (не допускать значительного разрежения во всасывающем трубопроводе насоса и т.п.).
2. Не допускать сильного нагрева жидкости, так как при ее нагреве повышается давление насыщенных паров и падает растворимость газов.
3. Не допускать насыщения жидкости газами, то есть не допускать образование пены на поверхности жидкости (для этого сливную трубу гидросистемы следует выводить всегда под уровень жидкости в баке).
4. Не допускать сильного загрязнения жидкости, так как твердые частицы являются концентраторами для образования парогазовых пузырьков.

Глава 4. Основы гидродинамического подобия

При изучении движения реальных жидкостей встречается много трудностей потому, что на характер движения влияют многие факторы. Первым этапом изучения процесса является отбор определяющих этот процесс факторов, то есть выявление факторов, влияющих на изучаемый процесс, и исключение из рассмотрения тех из них, которые оказывают пренебрежимо малое влияние.

Следующий этап изучения – это установление зависимости интересующей величины от системы выбранных определяющих параметров. Этот этап может решаться двумя путями: аналитическим, основанным на законах физики, и экспериментальным. Первый путь применим лишь для ограниченного числа задач и при том обычно лишь для упрощенных моделей явлений. Экспериментальный путь изучения в принципе может учесть многие факторы, но он требует научно обоснованной постановки опытов, планирования эксперимента, ограничение его объема необходимым минимумом и систематизации результатов опытов. При этом часто опыты проводятся не с реальными явлениями, а с их моделями, так как параметры реальных явлений часто бывают неудобными для их изучения в лаборатории. Например, неудобно изучать в лабораторных условиях течение нефти в магистральном нефтепроводе из-за его большого диаметра, больших и очень мощных насосных установок, пожароопасности жидкости и т.п. Таким образом, необходимо принять обоснованные параметры модели. Эти задачи позволяет решить *теория гидродинамического подобия*. Гидродинамическое подобие складывается из трех составляющих: геометрического, кинематического и динамического подобия.

Геометрическое подобие, как известно из геометрии, предполагает пропорциональность сходственных размеров и равенство соответствующих

щих углов. В гидравлике под геометрическим подобием понимается подобие тех поверхностей, которые ограничивают потоки, то есть подобие русел или каналов. При этом подобными должны быть не только русла в пределах изучаемого участка, но и непосредственно **перед** и **за** ними, так как они будут оказывать влияние на характер течения жидкости на изучаемом участке. Отношение двух сходственных размеров подобных русел назовем линейным масштабом и обозначим через k_L . Эта величина одинакова (idem) для подобных русел I и II:

$$k_L = \frac{L_I}{L_{II}} = \text{idem}.$$

Кинематическое подобие означает пропорциональность местных скоростей в сходственных точках и равенство углов, характеризующих направление этих скоростей:

$$k_V = \frac{V_I}{V_{II}} = \frac{V_{xI}}{V_{xII}} = \frac{V_{yI}}{v_{yII}} = \frac{V_{zI}}{V_{zII}} = \text{idem},$$

где k_V – масштаб скоростей, одинаковый при кинематическом подобии. Так как

$$V = \frac{L}{T}, \quad k_V = \frac{k_L}{k_T},$$

где T – время, k_T – масштаб времени.

Очевидно, что для кинематического подобия необходимо геометрическое подобие русел.

Динамическое подобие – это пропорциональность сил, действующих на сходственные объемы в кинематически подобных потоках и равенство углов, характеризующих направление этих сил.

В потоках жидкости обычно действуют разные силы: силы давления, вязкости, тяжести и др. Соблюдение этих пропорциональностей означает полное гидродинамическое подобие. Осуществить полное подобие на практике удастся далеко не всегда, поэтому часто имеют дело с частичным (неполным) подобием, при котором пропорциональны только лишь основные, главные силы.

Для напорных течений в закрытых руслах, то есть для потоков в трубах, в гидромашинах и т. п., такими силами являются силы давления, вязкости и инерции. На жидкость действует также сила тяжести, но в напорных потоках ее действие проявляется через давление: $p_{\text{пр}} = p + g\rho h$, то есть она учитывается.

Силы инерции определяются произведением массы на ускорение $F = ma$, а их отношение в подобных потоках равно масштабу сил:

$$k_F = \frac{F_I}{F_{II}} = \frac{(ma)_I}{(ma)_{II}} = \frac{k_\rho k_L^3 k_L}{k_T^2} = k_\rho k_V^2 k_L^2,$$

где k_ρ – масштаб плотностей.

Таким образом, силы инерции пропорциональны плотности, квадрату скорости и размеру L во второй степени, то есть площади S :

$$F_{\text{ин}} \sim \rho V^2 S.$$

Силы инерции примем за основу и другие силы будем сравнивать с инерционными, то есть с $\rho V^2 S$.

Таким образом, для гидродинамического подобия потоков необходимо, чтобы

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 S} \right)_I = \left(\frac{F}{\rho V^2 S} \right)_{II} = \text{idem}.$$

Это отношение называют *числом Ньютона* и обозначают Ne . Под силой F здесь понимается основная сила: сила давления, вязкости, тяжести или др. То есть это общий вид закона гидродинамического подобия.

Рассмотрим три характерных случая воздействия на движущуюся жидкость основных сил и найдем условия подобия потоков.

1. На жидкость действуют лишь силы давления и инерции. Тогда $F = \Delta p S \sim \Delta p L^2$ и условие гидродинамического подобия примет вид:

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho V^2} \right)_I = \left(\frac{\Delta p}{\rho V^2} \right)_{II} = Eu = \text{idem},$$

где Δp – разность давлений или просто давление,

Eu – безразмерный критерий, *число Эйлера*.

Таким образом, в этом случае условием гидродинамического подобия потоков является равенство чисел Эйлера, которые равны величине, пропорциональной отношению сил давления к силам инерции.

2. На жидкость действуют силы вязкости, давления и инерции. Тогда $F = \mu \left(\frac{dV}{dy} \right) S \sim \nu \rho \left(\frac{dV}{dy} \right) L^2 \sim \nu \rho V L$. Условие гидродинамического подобия

потоков после деления на $\rho V^2 L^2$ примет вид:

$$\left(\frac{\nu}{VL} \right)_I = \left(\frac{\nu}{VL} \right)_{II} \quad \text{или} \quad \left(\frac{\nu L}{V} \right)_I = \left(\frac{\nu L}{V} \right)_{II} = Re = \text{idem},$$

где Re – безразмерный критерий, называемый *числом Рейнольдса*.

Следовательно, условием гидродинамического подобия геометрически подобных потоков является равенство чисел Рейнольдса, подсчитанных для сходственных сечений потоков.

Число Рейнольдса – основной критерий подобия напорных потоков. За характерный размер L при вычислении Re принимается поперечный размер потока, например, диаметр сечения (гидравлический диаметр).

Из определения числа Рейнольдса видно, что это величина, пропорциональная отношению сил инерции к силам вязкости.

3. На жидкость действуют силы тяжести, давления и инерции. Тогда $F \sim g\rho L^3$ и условие гидродинамического подобия потоков примет вид:

$$\left(\frac{g\rho L^3}{\rho V^2 L^2} \right)_I = \left(\frac{g\rho L^3}{\rho V^2 L^2} \right)_{II} \quad \text{или} \quad \left(\frac{V^2}{gL} \right)_I = \left(\frac{V^2}{gL} \right)_{II} = Fr = \text{idem},$$

где Fr – безразмерный критерий, *число Фруда*.

Следовательно, условием гидродинамического подобия геометрически подобных потоков является равенство чисел Фруда. Из вывода видно, что число Фруда – это величина, пропорциональная отношению силы инерции к силе тяжести. Этот критерий важен при рассмотрении безнапорных течений в открытых руслах, для напорных течений его можно не учитывать.

Рассмотрим два гидродинамически подобных потока идеальной жидкости. Запишем уравнение Бернулли для двух сечений одного из потоков при условии, что геометрическая высота сечений постоянна:

$$\frac{p_1}{g\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Используя уравнение расхода $V_1 S_1 = V_2 S_2$, исключим скорость V_1 и, перегруппировав члены уравнения, приведем его к безразмерному виду:

$$\frac{p_1}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g} \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{p_2}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g}; \quad \frac{p_1 - p_2}{g\rho} = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right); \quad \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho V_2^2} = 1 - \frac{S_2^2}{S_1^2};$$

$$2Eu = 1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}.$$

Правая часть уравнения одинакова для подобных потоков вследствие геометрического подобия, а левая – вследствие динамического подобия, и все уравнение одинаково для подобных потоков идеальной жидкости. Таким образом, для обеспечения гидродинамического подобия напорных потоков идеальной жидкости достаточно одного геометрического подобия.

Теперь запишем уравнение Бернулли для одного из напорных потоков реальной (вязкой) жидкости, подобных гидродинамически:

$$\frac{p_1}{g\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{g\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \xi \frac{V_2^2}{2g},$$

где ξ – коэффициент потерь энергии между рассматриваемыми сечениями.

После приведения этого уравнения к безразмерному виду получим

$$\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho V_2^2} = 2Eu = \alpha_2 - \alpha_1 \frac{S_2^2}{S_1^2} + \xi.$$

Число Эйлера одинаково для динамически подобных потоков; коэффициенты Кориолиса для сходственных сечений одинаковы из-за кинематического подобия потоков, следовательно, одинаков будет и коэффици-

ент потерь энергии ξ , а также все уравнение. Если рассматриваются подобные потоки в трубах постоянного сечения, то будет одинаков и коэффициент потерь на трение по длине λ , о котором мы подробно поговорим несколько позже.

Итак, в подобных напорных потоках имеем равенство безразмерных коэффициентов и чисел α , ξ , λ , Eu , Re и некоторых других. Изменение числа Рейнольдса, означает, что изменилось соотношение основных сил в потоке, в связи с чем указанные коэффициенты тоже могут несколько измениться. Поэтому все коэффициенты следует рассматривать как функции числа Рейнольдса, хотя в некоторых интервалах числа Рейнольдса они могут оставаться постоянными.

При экспериментальных исследованиях и моделировании напорных течений в лабораторных условиях необходимо:

- обеспечить геометрическое подобие модели (I) и натуре (II), включая условия входа и выхода;
- соблюсти равенство чисел Рейнольдса: $Re_I = Re_{II}$.

Из второго условия можно получить необходимую скорость потока при эксперименте

$$V_I = V_{II} \frac{L_{II} v_I}{L_I v_{II}}.$$

В частном случае, если $v_I = v_{II}$ скорость при эксперименте должна быть больше натурной в L_{II}/L_I раз. Если применить менее вязкую жидкость или ту же, но при повышенной температуре, можно снизить скорость V_I .

Кроме перечисленных основных критериев подобия (Eu , Re , Fr), в гидравлике применяют и другие критерии для особых случаев течения жидкости.

При рассмотрении течений, связанных с поверхностным натяжением (при распылении струи на капли), вводят *критерий Вебера* (We), пропорциональный отношению сил поверхностного натяжения к силам инерции:

$$We = \frac{\sigma L}{\rho V^2 L^2} = \frac{\sigma}{\rho V^2 L} = \text{idem}.$$

При рассмотрении нестационарных периодических течений с периодом T (например, течение в трубопроводе, подсоединенном к поршневому насосу) вводят *критерий Струхаля* (Sh), учитывающий силы инерции от нестационарности, которые пропорциональны массе (ρL^3) и ускорению ($\partial V/\partial t$), то есть V/T . Следовательно, условием гидродинамического подобия в этой ситуации будет

$$\frac{\rho L^3 V}{\rho L^2 V^2 T} = \frac{L}{VT} = \text{idem} \quad \text{или} \quad Sh = \frac{VT}{L} = \text{idem}.$$

При рассмотрении движения жидкости с учетом ее сжимаемости (например, движений эмульсий) вводят *критерий Маха* (М), учитывающий силы упругости, которые пропорциональны площади (L^2) и объемному модулю упругости $K = \rho c^2$. Поэтому силы упругости пропорциональны $\rho c^2 L^2$. Условие гидродинамического подобия при этом

$$\frac{\rho c^2 L^2}{\rho V^2 L^2} = \frac{c^2}{V^2} = \text{idem} \quad \text{или} \quad M = \frac{V}{c} = \text{idem}.$$

Критерий Маха очень важен при рассмотрении движения газа. Чем ближе М к 1, тем больше влияние сжимаемости газа на его движение. В применении к жидкостям вместо числа Маха иногда используют *число Коши*, равное

$$Ca = \frac{\rho V^2}{K} = \frac{V^2}{c^2} = M^2.$$

Глава 5. Режимы движения жидкости

5.1. Ламинарное и турбулентное движение жидкости

Существует два режима движения жидкости – ламинарный и турбулентный.

Ламинарным называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсаций скоростей и давлений. При таком течении все линии тока вполне определяются формой русла, по которому течет жидкость, поперечные перемещения жидкости отсутствуют.

Турбулентным называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости и пульсациями скоростей и давлений. Движение отдельных частиц оказывается подобным хаотическому движению молекул газа. При турбулентном течении векторы скоростей имеют не только осевые, но и нормальные к оси русла составляющие, поэтому наряду с основным продольным перемещением жидкости вдоль русла происходят поперечные перемещения и вращательное движение отдельных объемов жидкости. Этим и объясняются пульсации скоростей и давлений.

Предположение о двух режимах течения жидкости выдвинул еще Д.И. Менделеев. Английский ученый О. Рейнольдс опытным путем подтвердил его на специальной установке (Рис. 26).

Установка состоит из резервуара 1, в котором поддерживается постоянный уровень жидкости за счет слива излишней через боковой отвод. В резервуар вмонтирована прозрачная труба 2, расход жидкости через которую регулируется краном 4. Над резервуаром 1 закреплен бачок 3, в который заливается та же жидкость, но подкрашенная. Подкрашенная жидкость по трубке подается на вход трубы 2. При малом расходе жидкости

через трубу 2 подкрашенная струйка сохраняет свое положение в трубе, не перемешивается с остальной жидкостью. При увеличении расхода она принимает волнистый вид, то есть появляются небольшие боковые воздействия на нее. При дальнейшем увеличении расхода струйка размывается и вся жидкость в трубе окрашивается равномерно.

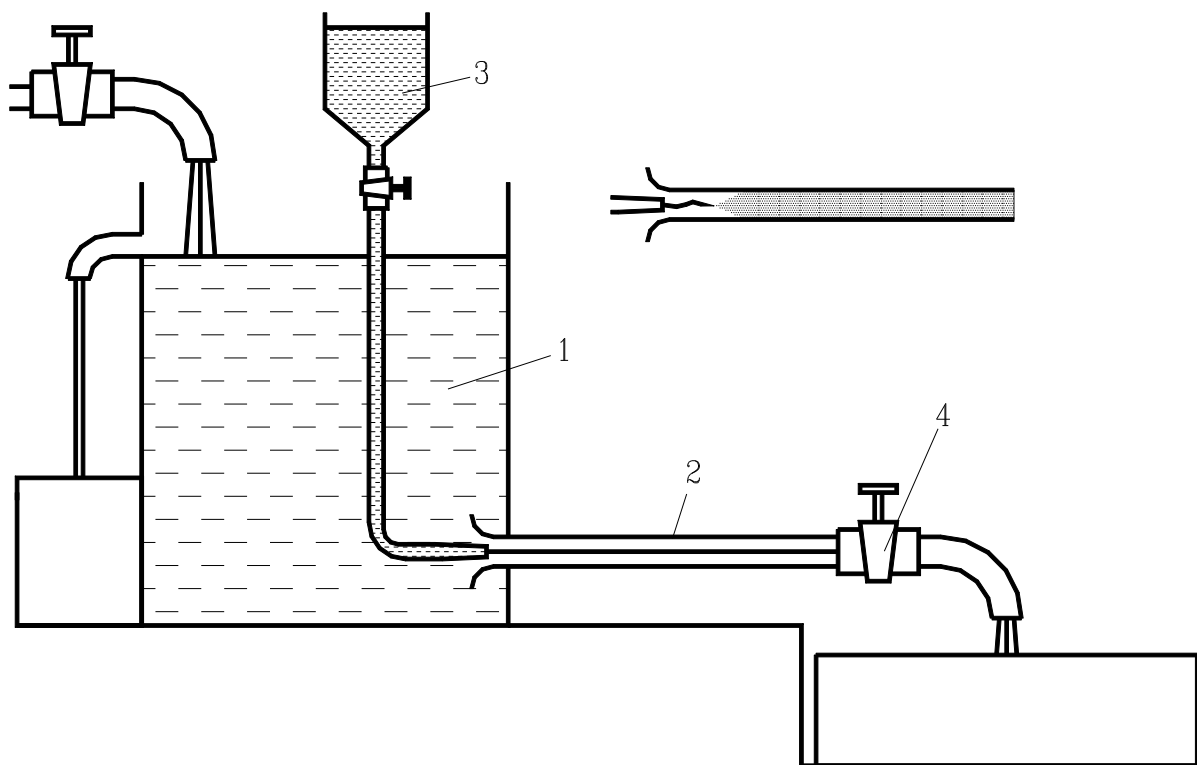


Рис. 26. Установка О. Рейнольдса для изучения режимов движения жидкости

Рейнольдс установил, что на переход с ламинарного течения к турбулентному оказывают влияние:

- средняя скорость потока;
- характерный линейный размер сечения потока (диаметр);
- вязкость жидкости.

Из этих величин впоследствии был составлен безразмерный комплекс, уже известный вам и названный числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{VL}{\nu},$$

что вполне закономерно для течения **вязкой** жидкости.

Режим течения жидкости оказывает существенное влияние на гидравлическое сопротивление и потери давления, поэтому при решении задач, связанных с движением жидкости, следует прежде всего определять Re .

Если $Re < Re_{кр}$, то течение ламинарное, если $Re > Re_{кр}$, то – турбулентное. Естественно, что характер течения не может изменяться так резко, существует определенный диапазон чисел Рейнольдса, при котором наблюдается переходный режим ($2300 < Re < 4000$), но его, как правило,

не выделяют в отдельный режим, а иногда говорят о развитом и неразвитом турбулентных режимах.

Возникает вопрос: чему равно значение $Re_{кр}$? Для труб круглого сечения $Re_{кр}$ принимают равным 2300, а для других форм сечения потока $Re_{кр}$ может быть значительно меньше (до 20). Его значения, в случае некруглого сечения потока, следует искать в справочной литературе.

5.2. Основные характеристики ламинарного и турбулентного течений

При ламинарном течении (Рис. 27) в круглой трубе распределение скорости по живому сечению параболическое:

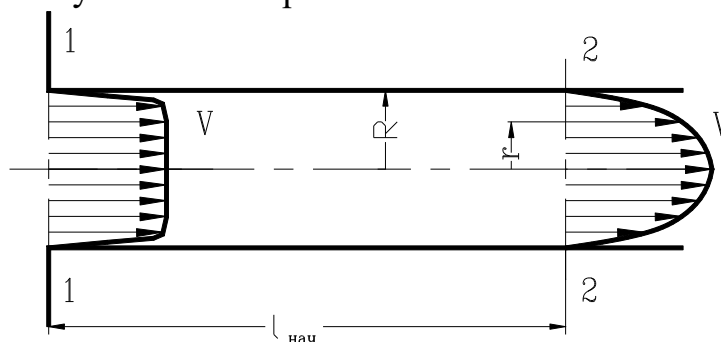


Рис. 27. Распределение скоростей в ламинарном потоке

$$V = \frac{8\rho h_{тр}}{4\mu l} (R^2 - r^2),$$

где R – радиус трубы;

r – расстояние от оси трубы;

l – расстояние от начала трубы;

$h_{тр}$ – потери напора на трение по длине l .

Как видно из формулы, максимальная скорость наблюдается в центре потока, на оси трубы.

Из расчетов получено: $V_{ср} = 0,5 V_{max}$.

Коэффициент Кориолиса α на начальном участке $l_{нач}$ изменяется от 1 до 2. В инженерных расчетах этим фактом, как правило, пренебрегают и принимают $\alpha = 2$. Все приведенные выше зависимости получаются аналитическим путем.

Длина начального участка потока (участка, на котором формируется профиль эпюры скоростей потока) вычисляется по формуле Шиллера:

$$l_{нач} = 0,029 d Re.$$

Вследствие того, что на входе в трубу распределение скоростей равномерное, на начальном участке трубы несколько больше касательные напряжения в жидкости. Это приводит к тому, что потери напора на начальном участке на 9 % больше, чем на аналогичном участке сформировавшегося ламинарного течения.

При турбулентном течении жидкости (Рис. 28) тоже существует начальный участок, на котором формируется профиль эпюры скоростей. Его длину можно подсчитать по формуле:

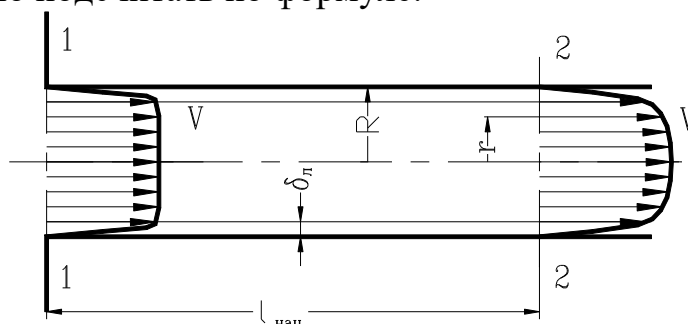


Рис. 28. Распределение скоростей в турбулентном потоке

$$l_{\text{нач}} = 0,64 d Re^{0,25}.$$

Поток жидкости состоит из турбулентного ядра и тонкого пристенного ламинарного слоя, толщина которого может быть вычислена по одной из формул:

$$\delta_{\text{л}} = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}} \quad \text{или} \quad \delta_{\text{л}} = \frac{64,2}{Re^{7/8}}.$$

В первой формуле λ – это коэффициент гидравлического трения или коэффициент Дарси.

Для описания распределения скоростей по сечению трубы существуют различные формулы. Приведу одну из них – формулу Альтшуля:

$$V = V_{\text{max}} \left(1 - 2 \frac{\lg \frac{R}{R-r}}{\frac{0,975}{\sqrt{\lambda}} + 1,35} \right).$$

Связь между максимальной и средней скоростями в трубе, по Альтшулю, следующая:

$$V_{\text{max}} = V_{\text{cp}} (1 + 1,35\sqrt{\lambda}),$$

а коэффициент Кориолиса

$$\alpha = 1 + 2,65\lambda.$$

Средняя скорость составляет $(0,75 \div 0,9) V_{\text{max}}$, причем с увеличением Re V_{cp} приближается к V_{max} :

– при $Re = 2700$ $V_{\text{cp}} = 0,75 V_{\text{max}}$;

– при $Re = 10^8$ $V_{\text{cp}} = 0,9 V_{\text{max}}$,

а коэффициент Кориолиса при этом изменяется от 1,13 и стремится к 1 при $Re \rightarrow \infty$. В практических расчетах при турбулентном течении в трубах α обычно принимают равным 1.

Глава 6. Местные и линейные гидравлические сопротивления

6.1. Основные виды местных сопротивлений.

Определение коэффициента местных потерь

В главе 3 уже рассматривался вопрос о расчете потерь напора на местных сопротивлениях, то есть таких участках трубопровода, где вследствие изменения размеров или конфигурации русла, происходит изменение скорости потока, отрыв его от стенок и возникают вихри. Рассмотрим местные сопротивления подробнее.

Простейшие местные гидравлические сопротивления можно разделить на три группы: расширения, сужения и повороты русла. Каждое из них может быть внезапным или постепенным. Более сложные случаи местных сопротивлений – это комбинации этих простейших сопротивлений. Например, в вентиле поток сначала искривляется, сужается и, наконец, расширяется.

При турбулентном режиме течения коэффициенты потерь ξ определяются в основном формой местных сопротивлений, а от числа Рейнольдса Re практически не зависят, поэтому величина местных потерь пропорциональна квадрату скорости. Такую зависимость называют квадратичной. Значения коэффициентов потерь ξ находят в основном опытным путем, хотя для некоторых простейших местных сопротивлений их удастся получить теоретическим путем. При решении практических задач значения ξ находят в справочниках, где они приведены в виде формул, таблиц, графиков для различных видов местных сопротивлений.

Для большинства местных сопротивлений в трубопроводах при $Re \geq 10^5$ имеет место турбулентная автомодельность – потери напора пропорциональны скорости во второй степени и коэффициент местного сопротивления не зависит от Re . В местных сопротивлениях, где происходит резкое изменение сечения трубопровода и образуются значительные вихри, автомодельность устанавливается и при $Re \geq 10^4$. Например, для вне-

запного расширения трубопровода $\xi_m = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$, где S_1 и S_2 – площади

трубопровода до и после внезапного расширения. Для выхода трубопровода в бак $S_2 \gg S_1$, поэтому $\xi_m \approx 1$. При постепенном расширении потока в диффузоре коэффициент местного сопротивления

$$\xi_m = \varphi_d \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2,$$

где φ_d – коэффициент потерь.

При внезапном сужении трубы $\xi_m = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right)$. Для входа в трубопровод из бака $S_1 \gg S_2$, поэтому $\xi_m \approx 0,5$.

При ламинарном режиме течения местные потери обычно малы по сравнению с потерями на трение, а закон сопротивления более сложный, чем при турбулентном режиме:

$$h_m = h_{\text{тр}} + h_{\text{вихр}},$$

где $h_{\text{тр}}$ – потери напора, обусловленные непосредственно действием сил трения (вязкости) в данном местном сопротивлении и пропорциональные вязкости жидкости и скорости в первой степени; $h_{\text{вихр}}$ – потери, связанные с отрывом потока и вихреобразованием в самом местном сопротивлении или за ним и пропорциональные скорости во второй степени.

Таким образом, коэффициент потерь при ламинарном режиме можно представить как сумму:

$$\xi_m = \frac{A}{\text{Re}} + B,$$

где A и B – безразмерные константы, зависящие в основном от формы местного сопротивления.

В зависимости от значения Re и формы местного сопротивления потери напора при ламинарном режиме могут выражаться как линейной, так и квадратичной от скорости зависимостью, а также какой-то средней между ними кривой. Значения коэффициентов A и B следует искать в справочнике в зависимости от вида местного сопротивления и его параметров.

6.2. Определение коэффициента Дарси

Как указано в главе 3, потери напора на трение по длине трубы можно подсчитать по формуле Вейсбаха-Дарси:

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

Расчет потерь на трение не представляет проблем, если известен коэффициент Дарси. Рассмотрим подробно нахождение этого коэффициента.

Многочисленные исследования отечественных и зарубежных ученых показали, что можно выделить 4 основных случая.

I. Вязкое сопротивление (ламинарный режим).

Коэффициент Дарси может быть найден по простой формуле, полученной аналитическим путем:

$$\lambda = \frac{B}{\text{Re}},$$

где B – табличный коэффициент, значение которого определяется формой сечения потока. Для трубы круглого сечения $B = 64$, таким образом:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}.$$

II. Гидравлически гладкие трубы (турбулентный режим).

Гидравлически гладкие трубы – это трубы, в которых величина выступов шероховатости не влияет на характер распределения скоростей и на величину потерь напора (стеклянные, цельнотянутые трубы из цветных металлов, высококачественные бесшовные стальные трубы, то есть топливopоводы, трубы гидросистем гидроприводов).

Для развитого турбулентного течения ($4000 < \text{Re} < 10^5$) можно пользоваться формулой Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}$$

или Конакова

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \lg \text{Re} - 1,5)^2}.$$

III. Доквадратичное сопротивление (турбулентный режим).

Этот режим наблюдается, когда толщина пристенного ламинарного слоя δ_l примерно равна величине эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости Δ_s . Значения Δ_s для различных типов труб можно найти в справочной литературе.

Для этого режима $\left(20 \frac{d}{\Delta_s} < \text{Re} < 500 \frac{d}{\Delta_s} \right)$, где d – диаметр трубы, можно применить формулу Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}.$$

IV. Квадратичное сопротивление (режим турбулентный).

Этот режим наблюдается при $\text{Re} > 500 \frac{d}{\Delta_s}$. Наиболее универсальна формула Прандтля-Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{3,7d}{\Delta_s} \right)^2},$$

хотя можно воспользоваться и формулой

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_s}{d} \right)^{0,25},$$

которая получается из формулы для доквадратичного сопротивления, если пренебречь величиной отношения $\frac{68}{Re}$.

Следует отметить, что существует довольно большое количество эмпирических формул для определения λ , особенно при квадратичном сопротивлении, для более узких условий применения (для определенного типа труб и т.п.), которые можно найти в справочной литературе.

Как видно из приведенных формул, при увеличении Re его влияние на величину λ все больше ослабевает.

В завершение этого вопроса следует отметить, что при расчете гидравлических потерь при ламинарном режиме, когда потери на трение ($h_{тр}$) значительно больше потерь на вихреобразование ($h_{вихр}$), иногда прибегают к следующему приему: условно местные сопротивления заменяют эквивалентными участками гладкой трубы и расчет гидравлических потерь ведут не по реальной, а расчетной длине трубы:

$$\Sigma h = \frac{64}{Re} \frac{l_p}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где $l_p = l_{факт} + l_{экв}$. Значения эквивалентных длин находят экспериментальным путем или по справочной литературе.

Глава 7. Истечение жидкости из отверстий и насадков

7.1. Истечение через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре

Рассмотрим различные случаи истечения жидкости из резервуаров, баков, котлов и т.п. через отверстия и насадки в атмосферу или в пространство, заполненное газом или той же жидкостью. При таком истечении потенциальная энергия жидкости в большей или меньшей степени превращается в кинетическую энергию струи. Нас, в основном, будут интересовать два параметра истечения: скорость и расход жидкости.

Пусть жидкость находится в большом резервуаре под давлением p_0 (Рис. 29). В его стенке на достаточно большой глубине от свободной поверхности H_0 имеется малое круглое отверстие, через которое жидкость вытекает в воздушное (газовое) пространство с давлением p_1 .

Пусть отверстие имеет форму, указанную на Рис. 30, то есть это сверление в тонкой стенке без обработки входной кромки или выполнено в толстой стенке, но входная кромка заострена с внешней стороны.

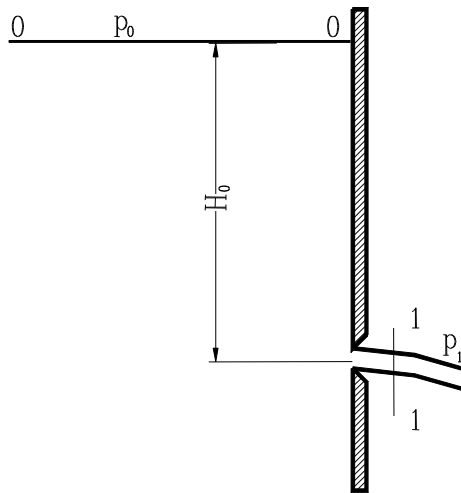


Рис. 29. Истечение из резервуара через малое отверстие

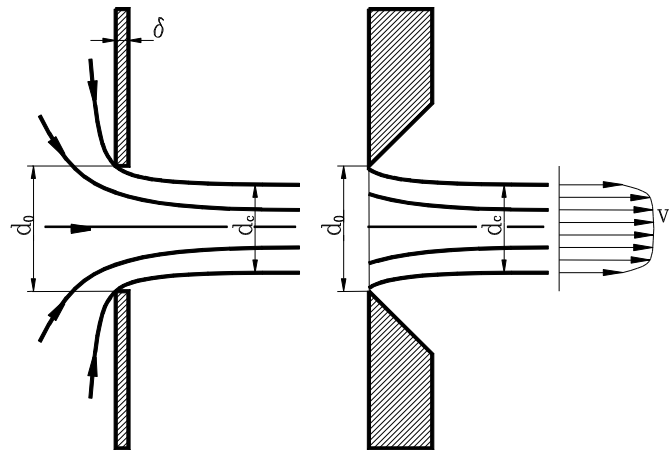


Рис. 30. Истечение через круглое отверстие

Частицы жидкости приближаются к отверстию из всего прилежащего объема, двигаясь ускоренно по различным плавным траекториям. Струя отрывается от стенки у кромки отверстия и затем несколько сжимается. Цилиндрическую форму струя приобретает примерно на расстоянии одного диаметра отверстия от входной кромки. Причина сжатия струи – инерционность жидкости. Так как размер отверстия мал по сравнению с напором H_0 и размерами резервуара, и следовательно, его боковые стенки и свободная поверхность не влияют на приток жидкости к отверстию, то наблюдается *совершенное сжатие* струи, то есть наибольшее.

Степень сжатия оценивается коэффициентом сжатия струи

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0} = \left(\frac{d_c}{d_0} \right)^2.$$

Запишем уравнение Бернулли для свободной поверхности (сечение 0 – 0) и сечения струи, где она приняла цилиндрическую форму (сечение 1 – 1):

$$H_0 + \frac{p_0}{g\rho} = \frac{p_1}{g\rho} + \alpha \frac{V^2}{2g} + \xi \frac{V^2}{2g}.$$

Скоростью жидкости в сечении 0 – 0 можно пренебречь. Введем расчетный напор

$$H = H_p = H_0 + \frac{p_0 - p_1}{g\rho},$$

тогда

$$H = \frac{V^2}{2g} (\alpha + \xi).$$

Отсюда

$$V = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}} \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{2gH},$$

где φ – коэффициент скорости:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}}.$$

Если жидкость идеальная, то $\xi = 0$, а $\alpha = 1$, следовательно, $\varphi = 1$ и скорость истечения идеальной жидкости

$$V_{\text{и}} = \sqrt{2gH}.$$

Рассмотрев полученные выражения, можно обнаружить, что коэффициент скорости – это отношение действительной скорости истечения к скорости идеальной жидкости

$$\varphi = \frac{V}{\sqrt{2gH}} = \frac{V}{V_{\text{и}}}.$$

Действительная скорость истечения всегда меньше идеальной из-за сопротивления, следовательно, коэффициент скорости всегда меньше 1.

Распределение скоростей по сечению струи равномерно только в средней ее части, а наружный слой жидкости несколько затормаживается из-за трения о стенку. Опыты показывают, что в ядре струи скорость истечения практически равна идеальной $V_{\text{и}}$, поэтому введенный коэффициент скорости φ следует рассматривать как коэффициент средней скорости.

Подсчитаем объемный расход

$$Q = S_c V = \varepsilon S_0 \varphi \sqrt{2gH}.$$

Произведение $\varepsilon \varphi = \mu$ – коэффициент расхода. Тогда окончательно

$$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH} \quad \text{или} \quad Q = \mu S_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}},$$

где Δp – расчетная разность давлений, под действием которой происходит истечение.

Сложность использования этого выражения состоит в точной оценке коэффициента расхода μ . Видно, что

$$\mu = \frac{Q}{S_0 \sqrt{2gH}} = \frac{Q}{S_0 V_{\text{и}}} = \frac{Q}{Q_{\text{и}}}.$$

Это означает, что коэффициент расхода есть отношение действительного расхода к тому расходу $Q_{\text{и}}'$, который имел бы место при отсутствии сжатия струи и сопротивления. $Q_{\text{и}}'$ не является расходом идеальной жидкости, так как сжатие струи будет наблюдаться и для идеальной жидкости.

Действительный расход всегда меньше теоретического $Q'_и$, следовательно, коэффициент расхода μ всегда меньше 1 из-за сжатия струи и сопротивления. Иногда больше влияет один фактор, иногда – другой.

Коэффициенты ε , ξ , φ и μ зависят, в первую очередь, от типа отверстия или насадка, а также, как все безразмерные коэффициенты в гидравлике, от основного критерия гидродинамического подобия – числа Re .

Характер изменения коэффициентов ε , φ и μ для круглого отверстия от $Re_и$, подсчитанного по идеальной скорости истечения

$$Re_и = \frac{V_и d}{\nu} = \frac{\sqrt{2gH} d}{\nu},$$

представлен на Рис. 31.

Из графика видно, что с увеличением $Re_и$, то есть с уменьшением влияния сил вязкости, коэффициент φ возрастает в связи с уменьшением коэффициента сопротивления ξ , а коэффициент ε уменьшается вследствие уменьшения торможения жидкости у кромки отверстия и увеличения радиусов кривизны поверхности струи на ее участке от кромки до начала цилиндрического участка. Значения коэффициентов φ и ε при этом асимптотически приближаются к значениям, соответствующим истечению идеальной жидкости, то есть при $Re_и \rightarrow \infty$ значения $\varphi \rightarrow 1$, а $\varepsilon \rightarrow 0,6$. Коэффициент расхода μ с увеличением $Re_и$ сначала увеличивается, что обусловлено крутым возрастанием φ , а затем, достигнув максимума ($\mu_{max} = 0,69$ при $Re_и = 350$), уменьшается в связи со значительным падением ε и при больших значениях $Re_и$ практически стабилизируется на значении $\mu = 0,60 \div 0,61$.

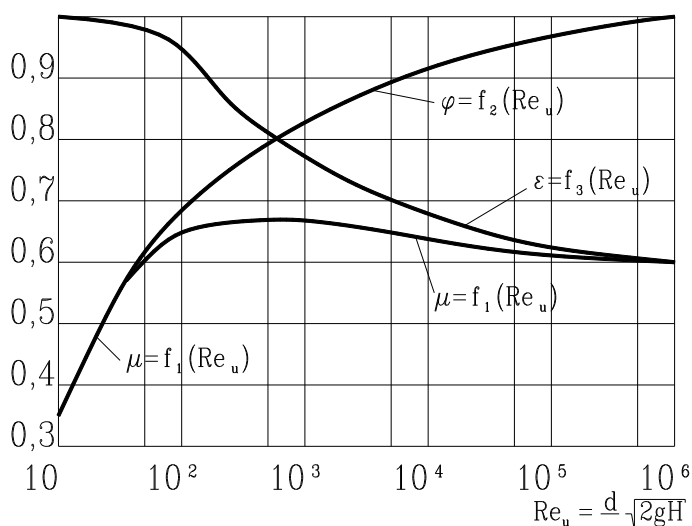


Рис. 31. Зависимость ε , φ и μ от $Re_и$ для круглого отверстия в тонкой стенке

В области весьма малых значений $Re_{\text{и}}$ ($Re_{\text{и}} < 25$) роль вязкости настолько велика, а торможение у кромки столь значительно, что сжатие струи отсутствует ($\varepsilon = 1$) и $\mu = \varphi$. В этом случае можно пользоваться формулой из теоретического решения Вюста

$$\mu = \sqrt{\frac{156}{Re_{\text{и}}^2} + 1} - \frac{12,5}{Re_{\text{и}}}.$$

Для маловязких жидкостей (воды, бензина, керосина и т. п.), истечение которых обычно происходит при больших числах Re , коэффициенты истечения изменяются в узких пределах. Обычно в расчет берутся следующие осредненные значения: ($\varepsilon = 0,64$; $\varphi = 0,97$; $\mu = 0,62$; $\xi = 0,065$).

7.2. Истечение через насадки

Внешним цилиндрическим насадком (Рис. 32) называется короткая трубка длиной, равной нескольким диаметрам без закругления входной кромки. На практике такой насадок часто получается в тех случаях, когда выполняют сверление в толстой стенке и не обрабатывают входную кромку.

Истечение через такой насадок в газовую среду может происходить двояко. Первый режим истечения показан на первом и втором рисунках, а второй на третьем. При первом режиме струя после входа в насадок сжимается примерно так же, как и при истечении через насадок в тонкой стенке. Затем вследствие взаимодействия сжатой части струи с окружающей ее

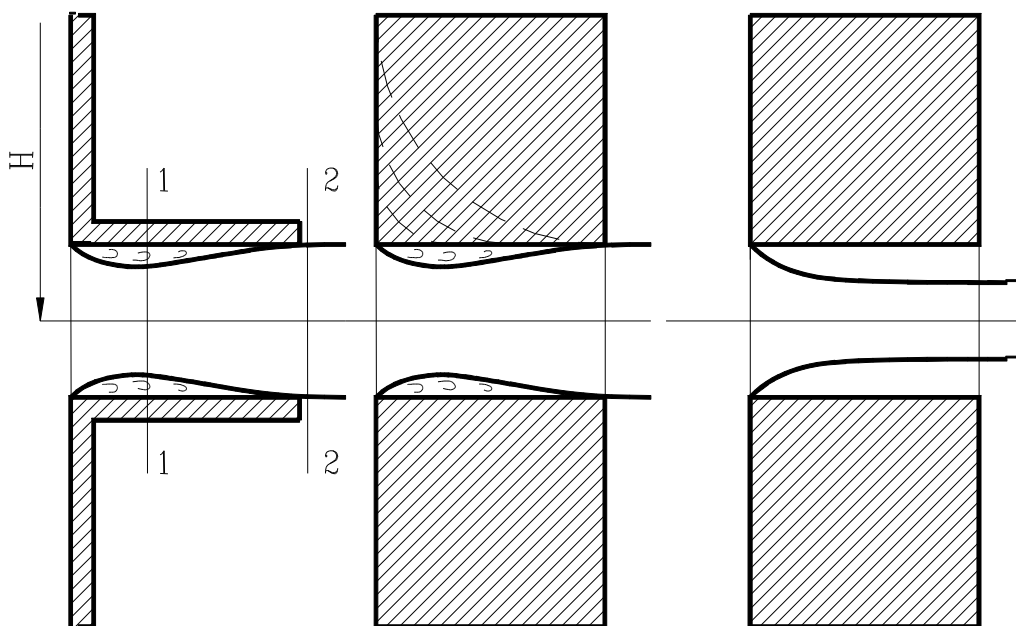


Рис. 32. Истечение через внешний цилиндрический насадок

завихренной жидкостью, струя постепенно расширяется до размеров отверстия и из насадка выходит полным сечением. Этот режим истечения называют безотрывным.

Так как на выходе из насадка диаметр струи равен диаметру отверстия, то $\varepsilon = 1$ и, следовательно, $\mu = \varphi$. Осредненные значения коэффициентов для этого режима истечения маловязких жидкостей (при больших Re) следующие:

$$\mu = \varphi = 0,8; \xi = 0,5.$$

В этом режиме истечения по сравнению с истечением из отверстия в тонкой стенке расход получается больше из-за отсутствия сжатия струи на выходе из насадка, а скорость меньше вследствие большего сопротивления. Для вычисления коэффициента расхода при безотрывном истечении можно рекомендовать следующую эмпирическую формулу:

$$\mu = \frac{1}{1,23 + \frac{58}{Re} \frac{l}{d}}.$$

Из формулы следует, что при $Re \rightarrow \infty \mu = \mu_{\max} = 0,813$.

Минимальная относительная длина насадка l/d , при которой может реализоваться первый режим истечения, приблизительно равна 1. Однако, и при достаточных значениях l/d не всегда возможен этот режим.

Найдем давление внутри насадка и условие, при котором возможен безотрывный режим истечения.

Пусть истечение происходит под действием давления p_0 в среде газа с давлением p_2 . Расчетный напор в этом случае равен

$$H = \frac{p_0 - p_2}{g\rho}.$$

Так как давление на выходе из насадка p_2 , в суженном сечении 1–1, где скорость больше, давление $p_1 < p_2$. При этом, чем больше напор H , а значит и расход Q , тем меньше давление p_2 . Разность давлений $p_2 - p_1$ растет пропорционально напору H . Запишем уравнение Бернулли и убедимся в этом:

$$\frac{p_1}{g\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g},$$

где последний член уравнения – потеря напора на расширение потока, которое в данном случае происходит примерно так же как и при внезапном расширении трубопровода.

Отношение скоростей

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\varepsilon}.$$

Исключим из уравнения Бернулли V_1 с помощью этого соотношения и заменим $V_2 = \varphi \sqrt{2gH}$ и найдем падение давления внутри насадка:

$$p_2 - p_1 = \varphi^2 \left[\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \right] g\rho H = 2\varphi^2 \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) g\rho H.$$

Подставив $\varphi = 0,8$ и $\varepsilon = 0,63$, получим $p_2 - p_1 \approx 0,75g\rho H$.

При некотором критическом значении напора $H_{кр}$ абсолютное давление внутри насадка становится равным давлению насыщенных паров, поэтому

$$H_{кр} \approx \frac{p_2 - p_{н.п.}}{0,75g\rho} \quad \text{или} \quad H_{кр} \approx \frac{p_2}{0,75g\rho},$$

если пренебречь величиной давления насыщенных паров. Следовательно, при $H > H_{кр}$ давление p_1 должно стать отрицательным, что быть не может, поэтому безотрывный режим истечения при $H > H_{кр}$ становится невозможным и, происходит переход ко второму режиму истечения.

Второй режим истечения характеризуется тем, что струя после сжатия уже не расширяется, а сохраняет цилиндрическую форму и перемещается внутри насадка, не касаясь его стенок. Истечение становится точно таким же, как из отверстия в тонкой стенке. Следовательно, при переходе от безотрывного режима истечения к отрывному происходит увеличение скорости и уменьшение расхода. Если через внешний цилиндрический насадок происходит истечение воды в атмосферу, то

$$H_{кр} = \frac{p_a}{0,75g\rho} = \frac{10,33}{0,75} \approx 14 \text{ м.}$$

Если при втором режиме истечения уменьшить напор, то этот режим сохранится вплоть до самых малых H . Это значит, что второй режим истечения возможен при любых напорах, а при $H < H_{кр}$ возможны оба режима истечения.

При истечении через цилиндрический насадок под уровень первый режим не будет отличаться от описанного выше, но, когда абсолютное давление при увеличении H упадет до давления насыщенных паров, перехода ко второму режиму не будет, а наступает кавитационный режим, при котором расход перестает зависеть от противодействия p_2 , то есть проявляется эффект стабилизации. При этом, чем меньше относительное противодействие

$$\bar{p} = \frac{p_2}{p_0} = \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{вх}}},$$

тем шире область кавитации внутри насадка и тем меньше коэффициент расхода μ .

Таким образом, внешний цилиндрический насадок имеет существенные недостатки: на первом режиме – большое сопротивление и недоста-

точно высокий коэффициент расхода, а на втором – очень низкий коэффициент расхода. Кроме того, двойственность режима истечения в газовую среду при $H < H_{кр}$, двузначность расхода при данном H и возможность кавитации при истечении под уровень.

Внешний цилиндрический насадок может быть значительно улучшен путем закругления входной кромки или устройства конического входа с углом конусности около 60° . Чем больше радиус закругления, тем ниже коэффициент сопротивления и выше коэффициент расхода. В пределе, при радиусе, равном толщине стенки, такой насадок приближается к коноидальному насадку, или соплу.

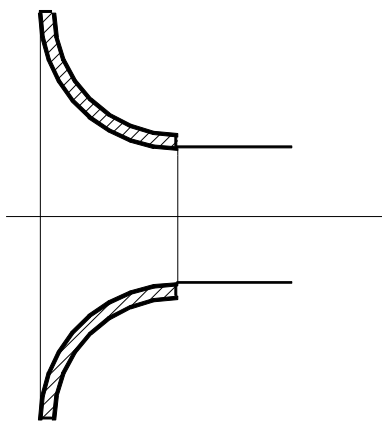


Рис. 33. Коноидальный насадок (сопло)

Коноидальный насадок (сопло), представленный на Рис. 33, очерчивается приблизительно по форме естественно сжимающейся струи и благодаря этому обеспечивает безотрывность течения внутри насадка и параллельноструйность в выходном его сечении. Это широко распространенный насадок, так как он имеет коэффициент расхода, близкий к 1 и очень малые потери, а также устойчивый режим течения без кавитации. Для него $\xi = 0,03 \div 0,1$; $\mu = \varphi = 0,96 \div 0,99$.

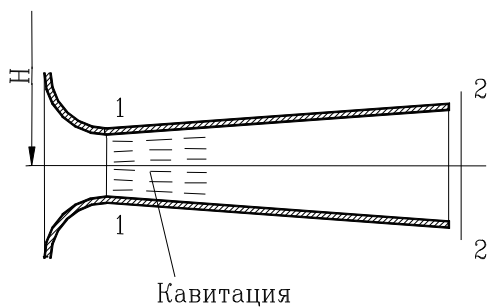


Рис. 34. Диффузорный насадок

Диффузорный насадок (Рис. 34) – это комбинация сопла и диффузора. Добавление к соплу диффузора приводит к снижению давления в узком месте насадка, а следовательно, к увеличению скорости и расхода жидкости через него.

При том же диаметре узкого сечения, что и у сопла, и том же напоре диффузорный насадок может дать значительно больший расход (до 2,5 раза), чем сопло.

Однако, использовать такой насадок можно только при малых напорах ($1 \div 4$ м), так как иначе в узком месте насадка возникает кавитация. Следствием кавитации является большое сопротивление и снижение коэффициента расхода (при больших напорах – в 2 раза).

Внутренний цилиндрический насадок – трубка, закрепленная с внутренней стороны стенки. Для него характерны также два режима истечения,

как и для внешнего, но в связи с тем, что жидкость при входе в насадок меняет направление движения в большей степени (вплоть до 180°), то сжатие струи получается более значительным ($\epsilon = 0,5$), больше получается и коэффициент сопротивления $\xi = 1$, а коэффициент расхода меньше, чем у внешнего насадка: $\mu = 0,71$.

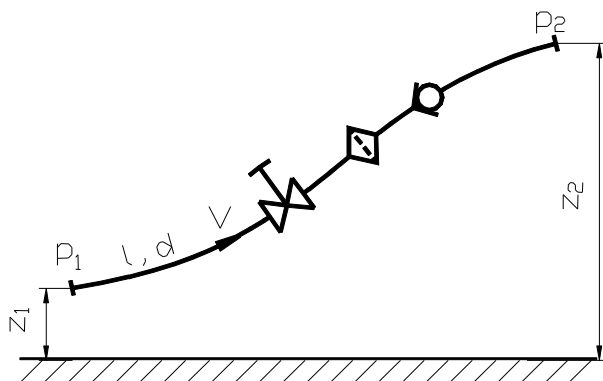
Глава 8. Гидравлический расчет трубопроводов

8.1. Простой трубопровод постоянного сечения

Простым трубопроводом называют трубопровод постоянного диаметра, если он не имеет ответвлений. Простые трубопроводы могут соединяться последовательно, параллельно или образовывать разветвления.

Жидкость движется по трубопроводу благодаря тому, что энергия жидкости в его начале, больше, чем в конце. Это может быть обеспечено либо работой насоса, либо разностью уровней жидкости, либо давлением газа (газобаллонная подача жидкости).

Пусть имеется простой трубопровод, представленный на Рис. 35. В нем имеется ряд местных сопротивлений.



z_1 и z_2 — геометрические высоты начала и конца трубопровода;
 p_1 и p_2 — давления в этих сечениях;
 l, d — длина и диаметр трубопровода;
 V — скорость жидкости.

Запишем уравнение Бернулли для первого и второго сечения:

$$z_1 + \frac{p_1}{g\rho} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \Sigma h.$$

Рис. 35. Схема простого трубопровода

Так как диаметр трубы постоянен, то скорости будут в этих сечениях равны. Равны будут и коэффициенты Кориолиса $\alpha_1 = \alpha_2$, поэтому равные скоростные напоры в уравнении можно опустить.

Выразим пьезометрический напор в начальном сечении трубопровода

$$\frac{p_1}{g\rho} = z_2 - z_1 + \frac{p_2}{g\rho} + \Sigma h.$$

Величину $p_1/g\rho$ назовем потребным напором $H_{\text{потр}}$, если эта величина неизвестна, если же она задана, то — располагаемым напором $H_{\text{расп}}$. Раз-

ность геометрических высот $\Delta z = z_2 - z_1$ вместе с пьезометрическим напором в конечном сечении составляют статический напор:

$$H_{\text{ст}} = \Delta z + \frac{p_2}{g\rho}.$$

Запишем потери напора в трубопроводе как степенную функцию расхода $\Sigma h = KQ^m$, где K – сопротивление трубопровода и m имеют разные значения в зависимости от режима течения.

Для ламинарного режима

$$\Sigma h = h_{\text{тр}} + \Sigma h_{\text{мест}} = \lambda \frac{(l + \Sigma l_{\text{экв}}) V^2}{d \cdot 2g} = \frac{64 l_{\text{рас}}}{\text{Re}} \frac{V^2}{d \cdot 2g} = \frac{64 \nu l_{\text{рас}}}{Vd} \frac{V^2}{d \cdot 2g} = \frac{64 \nu l_{\text{рас}}}{d^2} \frac{4Q}{2g\pi d^2} = \frac{128 \nu l_{\text{рас}}}{g\pi d^4} Q.$$

Таким образом, $K = \frac{128 \nu l_{\text{рас}}}{g\pi d^4}$, а $m = 1$.

Для турбулентного режима

$$\begin{aligned} \Sigma h = h_{\text{тр}} + \Sigma h_{\text{мест}} &= \lambda \left(\frac{l}{d} + \Sigma \xi_{\text{мест}} \right) \frac{V^2}{2g} = \lambda \left(\frac{l}{d} + \Sigma \xi_{\text{мест}} \right) \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d^4} = \\ &= \lambda \left(\frac{l}{d} + \Sigma \xi_{\text{мест}} \right) \frac{8}{g\pi^2 d^4} Q^2. \end{aligned}$$

То есть $K = \lambda \left(\frac{l}{d} + \Sigma \xi_{\text{мест}} \right) \frac{8}{g\pi^2 d^4}$, а $m = 2$.

Таким образом, $H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + KQ^m$. При ламинарном режиме – это уравнение прямой, а при турбулентном – параболы (Рис. 36).

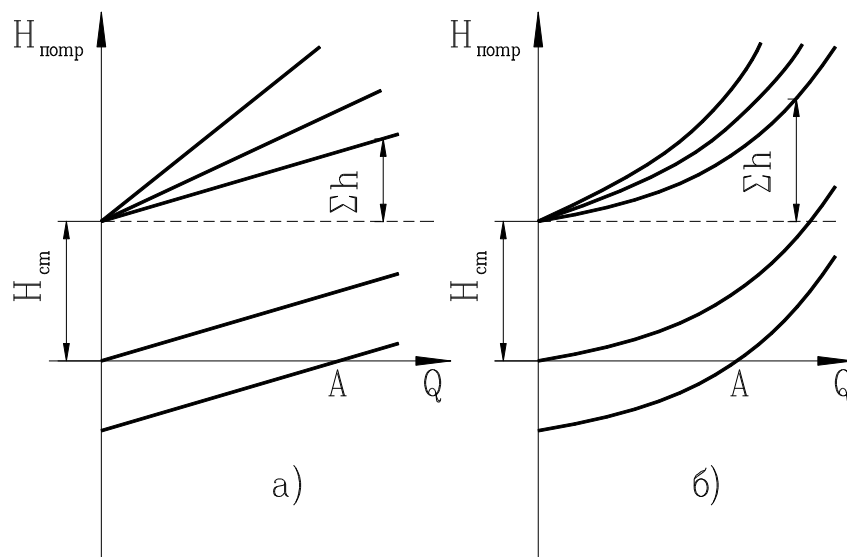


Рис. 36. Зависимость потребных напоров от расхода жидкости в трубопроводе

На рисунке приведены кривые потребного напора для 5 разных трубопроводов при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах течения. Чем больший расход жидкости требуется подать по трубопроводу, тем больше должен быть потребный напор. Статический напор может иметь и положительное и отрицательное значение. Если $H_{ст} < 0$, то можно наблюдать движение жидкости самотеком с расходом, соответствующим точке А. Крутизна кривых потребного напора зависит от K и возрастает с увеличением местных сопротивлений, длины трубопровода и уменьшением его диаметра.

Кривая потребного напора, построенная при $H_{ст} = 0$, называется *характеристикой трубопровода*.

Пользуясь кривыми потребного напора, решают следующие типы задач:

- по известным расходу Q , давлению на выходе из трубы p_2 , свойствам жидкости (ρ и ν), размерам трубопровода, местным сопротивлениям, а также материалу и качеству поверхности трубы находят потребный напор $H_{потр}$;
- по известным располагаемому напору $H_{расп}$, давлению на выходе из трубы p_2 , свойствам жидкости (ρ и ν), размерам трубопровода, местным сопротивлениям, а также материалу и качеству поверхности трубы находят расход жидкости Q ;
- по известным расходу Q , располагаемому напору $H_{потр}$, давлению на выходе из трубы p_2 , свойствам жидкости (ρ и ν), размерам трубопровода, кроме диаметра, местным сопротивлениям, а также материалу и качеству поверхности трубы находят диаметр трубы d .

8.2. Соединения простых трубопроводов

Последовательное соединение. Пусть три трубы разных диаметров соединены последовательно. Понятно, что расход жидкости во всех трубах будет одинаковый, а общая потеря напора будет равна сумме потерь напора на отдельных участках:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q;$$

$$\Sigma h_{M-N} = \Sigma h_1 + \Sigma h_2 + \Sigma h_3.$$

Таким образом, для построения характеристики такого трубопровода надо сложить потери напора на отдельных участках при равных расходах (Рис. 37).

Так как в общем случае скорости в начале и в конце трубопровода различны, то в выражение потребного напора должно войти слагаемое, отражающее разность скоростных напоров. Для турбулентного режима течения (при $\alpha = 1$)

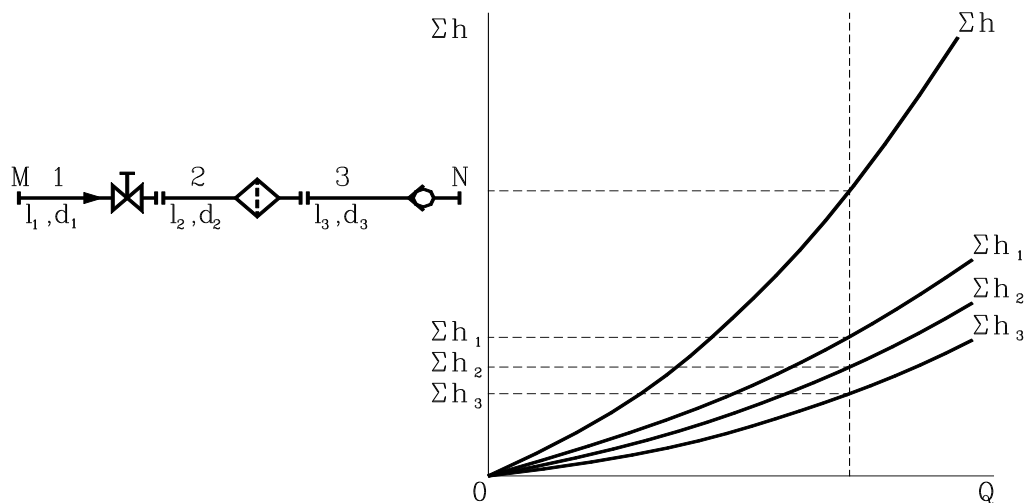


Рис. 37. Последовательное соединение трубопроводов

$$H_{\text{потр}} = z_N - z_M + \frac{p_N}{\rho g} + \frac{V_N^2 - V_M^2}{2g} + \Sigma h_{M-N} = H_{\text{ст}} + CQ^2 + KQ^m,$$

где $C = \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{S_N^2} - \frac{1}{S_M^2} \right)$.

Параллельное соединение трубопроводов. Предположим для простоты, что все три трубопровода (Рис. 38) лежат в одной плоскости. Пусть H_M и H_N – полные напоры в сечениях M и N . Запишем потери напора в отдельных трубопроводах:

$$\Sigma h_1 = H_N - H_M; \Sigma h_2 = H_N - H_M; \Sigma h_3 = H_N - H_M.$$

Отсюда получаем следующие очевидные соотношения:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3;$$

$$\Sigma h_1 = \Sigma h_2 = \Sigma h_3.$$

Для получения характеристики параллельного соединения трубопроводов надо складывать расходы при одинаковых потерях напора.

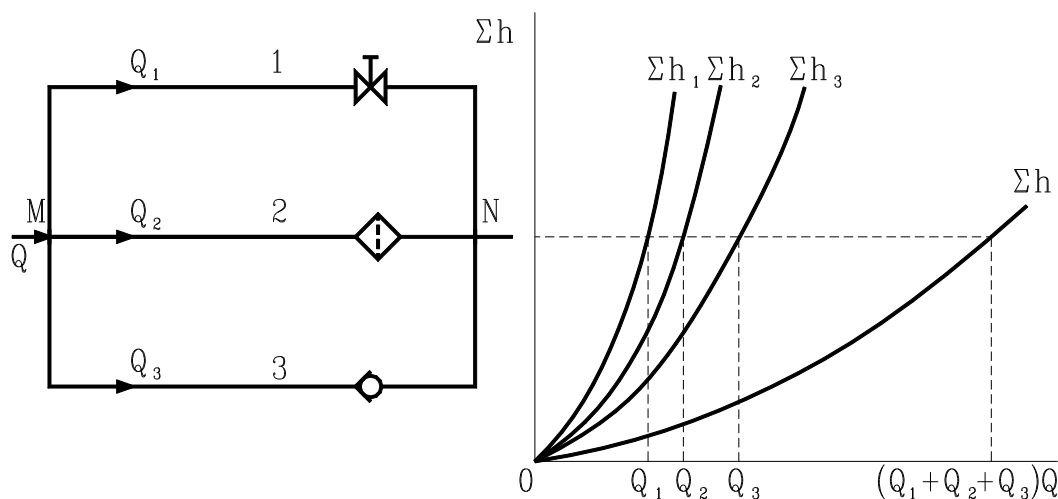


Рис. 38. Параллельное соединение трубопроводов

Потери напора можно выразить через соответствующие расходы:

$$\Sigma h_1 = K_1 Q_1^m; \quad \Sigma h_2 = K_2 Q_2^m; \quad \Sigma h_3 = K_3 Q_3^m.$$

Тогда можно записать систему уравнений

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3;$$

$$K_1 Q_1^m = K_2 Q_2^m;$$

$$K_2 Q_2^m = K_3 Q_3^m,$$

из которой, например, можно найти неизвестные расходы Q_1 , Q_2 , Q_3 .

Данный подход в решении задачи применим и при случае, когда трубопроводы не сходятся в одной точке N , а подача жидкости осуществляется в разные точки, но с одинаковыми давлениями и равными геометрическими высотами.

Разветвленный трубопровод. Пусть имеем трубопровод, который в т. M разветвляется на три трубопровода (Рис. 39).

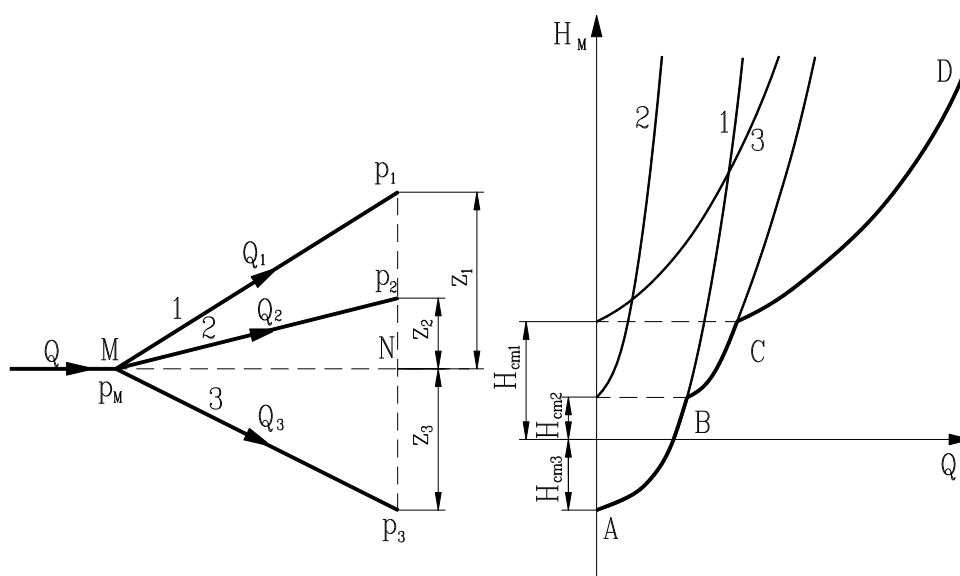


Рис. 39. Разветвленный трубопровод

Будем считать, что эти трубопроводы содержат различные местные сопротивления, имеют разные диаметры. Геометрические высоты и давления в их конечных сечениях различны. Направления движения жидкости в трубах считаем известными.

Так же, как и для параллельного соединения, будет справедливо уравнение

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Пренебрегая разностью скоростных напоров, запишем уравнения Бернулли для всех трех трубопроводов:

$$H_M = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \Sigma h_1 = H_{ст1} + K_1 Q_1^m;$$

$$H_M = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \Sigma h_2 = H_{ст2} + K_2 Q_2^m;$$

$$H_M = z_3 + \frac{p_3}{g\rho} + \Sigma h_3 = H_{ст3} + K_3 Q_3^m;$$

Таким образом, получаем систему 4 уравнений с 4 неизвестными: H_M , Q_1 , Q_2 , Q_3 . Например, можно решить задачу определения потребного напора $H_{потр} = H_M$ и расходов во всех трубах, если задан суммарный расход Q и известны все параметры трубопроводов.

Как видно из системы уравнений, для получения кривой потребного напора для разветвленного трубопровода необходимо сложить абсциссы кривых потребного напора для всех ветвей при различных одинаковых ординатах. Видно, что для того, чтобы жидкость поступала по всем трем ветвям, надо, чтобы потребный напор был больше статического напора для первой ветви.

8.3. Сложные трубопроводы

Сложный трубопровод составляется из простых трубопроводов с последовательным и параллельным их соединением или разветвлениями. Рассмотрим разомкнутый сложный трубопровод с разветвлениями и с раздачей жидкости в конечных точках ветвей, представленный на Рис. 40.

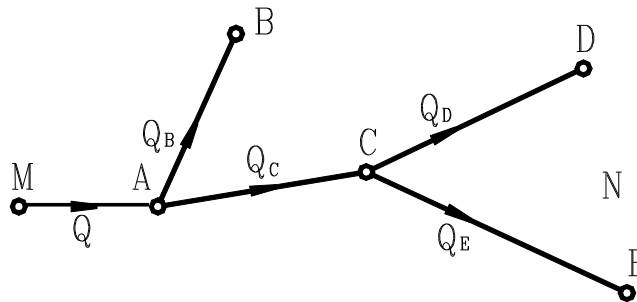


Рис. 40. Разомкнутый сложный трубопровод

Магистральный трубопровод разветвляется в точках A и C . Жидкость подается к точкам (сечениям) B , D и E с расходами Q_B , Q_D и Q_E .

Пусть известны расходы магистрали и всех ветвей (простых трубопроводов), заданы все местные сопротивления, геометрические высоты конечных точек, отсчитываемые от уровня $M - N$ и избыточные давления в конечных точках p_B , p_D и p_E . В этом случае могут быть решены следующие задачи:

- по известному расходу Q в основной магистрали MA определяются расходы во всех ветвях Q_B , Q_D и Q_E , а также потребный напор в точке M $H_{\text{потр}} = H_M$;

- по располагаемому напору $H_{\text{расп}}$ определяются расходы Q , Q_B , Q_D и Q_E .
Обе эти задачи могут быть решены из системы уравнений:

* уравнения расходов

$$Q = Q_B + Q_D + Q_E;$$

- уравнения равенства потребных напоров для ветвей CD и CE :

$$H_{\text{ст}D} + K_{CD}Q_D^m = H_{\text{ст}E} + K_{CE}Q_E^m;$$

- уравнения равенства потребных напоров для ветви AB и сложного трубопровода $ACED$:

$$H_{\text{ст}B} + K_{AB}Q_B^m = H_{\text{ст}D} + K_{CD}Q_D^m + K_{AC}(Q_D + Q_E)^m;$$

- уравнения потребного напора в точке M :

$$H_M = \frac{P_M}{\rho g} = K_{MA}Q^m + H_{\text{ст}B} + K_{AB}Q_B^m.$$

Сопротивления трубопроводов K и показатели степени m определяются в зависимости от режима течения жидкости.

Расчет сложных трубопроводов часто выполняется графоаналитическим способом, то есть с применением кривых потребного напора или характеристик трубопроводов. Кривую потребного напора для всего трубопровода можно построить следующим образом:

1. Сложный трубопровод разбить на ряд простых;
2. Построить кривые потребных напоров с учетом $H_{\text{ст}}$ для каждого из конечных простых трубопроводов и без учета $H_{\text{ст}}$ (характеристики) – для промежуточных участков (например MA , AC);
3. Сложить кривые потребных напоров для ветвей и параллельных линий, если они имеются, по правилу сложения характеристик параллельных трубопроводов;
4. Полученную кривую сложить с характеристикой последовательно присоединенного трубопровода по соответствующему правилу и т.д.

Руководствуясь этим правилом, можно построить кривую потребного напора для любого сложного трубопровода как при ламинарном, так и при турбулентном режиме течения.

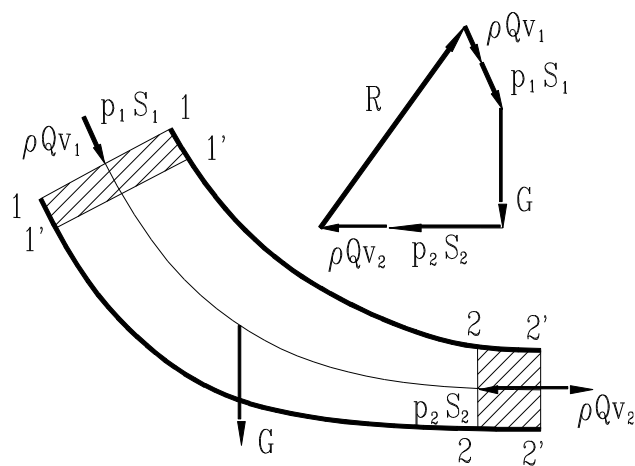
Глава 9. Взаимодействие потока жидкости со стенками

В некоторых случаях в гидравлике удобно использовать уравнение количества движения, например, когда надо рассчитать силу воздействия движущегося потока на преграду или русло, не рассматривая процессы внутри потока жидкости.

Для материального тела массой m , движущегося со скоростью V , изменение количества движения за время dt вследствие силы F выразится векторным уравнением $m d\vec{V} = \vec{F} dt$,

где $m d\vec{V}$ – приращение количества движения, обусловленное импульсом $\vec{F} dt$.

Применим эту теорему механики к участку потока (Рис. 41) с расходом Q между сечениями $1-1$ и $2-2$ в условиях установившегося течения. За время dt этот участок сместится в положение $1'-1'$ и $2'-2'$. Изменение количества движения будет равно разности количеств движения заштрихованных участков потока: $\rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) dt$. Импульс сил – $(\bar{p}_1 S_1 + \bar{p}_2 S_2 + \bar{G} + \bar{R}) dt$,



где \bar{G} – вес всего участка потока;
 \bar{R} – реакция русла.
 Тогда

$$\rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) dt = (\bar{p}_1 S_1 + \bar{p}_2 S_2 + \bar{G} + \bar{R}) dt.$$

Сократив на dt , получим

$$\rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \bar{p}_1 S_1 + \bar{p}_2 S_2 + \bar{G} + \bar{R}.$$

Рис. 41. Применение уравнения импульса к жидкости

Таким образом, вектор равнодействующей всех внешних сил, действующих на жидкость в фиксированном объеме, равен геометрической разности количеств движения жидкости, вытекающей из объема и втекающей в него за единицу времени. В этом состоит теорема Эйлера об изменении количества движения жидкого объема.

Можно уравнение переписать так:

$$\rho Q \vec{V}_1 - \rho Q \vec{V}_2 + \bar{R} + \bar{G} + \bar{p}_1 S_1 + \bar{p}_2 S_2 = 0$$

и построить замкнутый многоугольник векторов, в котором направление вектора $\rho Q \vec{V}_2$ надо изменить на противоположное, так как его надо в векторном уравнении взять со знаком “минус”.

Это же уравнение можно записать в проекциях на ту или иную ось.

В качестве примера вычислим силу воздействия потока жидкости на преграду. Пусть жидкость вытекает в атмосферу и наталкивается на без-

граничную стенку, установленную нормально к оси потока. В результате жидкость растекается по преграде, изменяя направление движения на 90° . Известны площадь потока S , плотность жидкости ρ и скорость истечения V .

По теореме Эйлера, учитывая, что давление в струе и на стенке равно атмосферному, получим уравнение в проекции на ось потока

$$-F = -\rho QV = -\rho V^2 S.$$

Следовательно, $F = \rho V^2 S$.

Глава 10. Неустановившееся движение жидкости

10.1. Неустановившееся движение жидкости в жестких трубах

Как отмечалось ранее, неустановившимся (нестационарным) движением жидкости называется движение, переменное во времени. При таком движении и вектор скорости, и давление являются функциями не только координат точки, но и времени, то есть $\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} \neq 0$ и $\frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$.

Выделим в потоке идеальной несжимаемой жидкости элемент струйки длиной dl и площадью сечения dS (Рис. 42). Запишем для этого элемента струйки уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление касательной к осевой линии струйки.

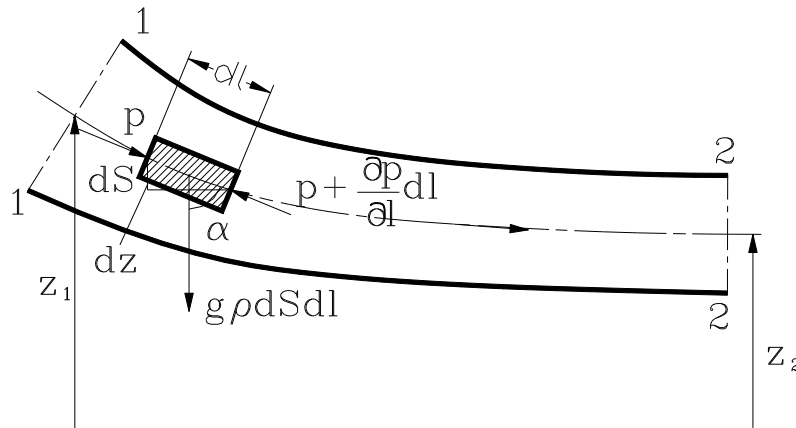


Рис. 42. Схема для вывода уравнения неустановившегося течения

$$pdS - \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) dS + g\rho dS dl \cos \alpha = \rho dS dl \frac{dV}{dt}$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial l} dl + g\rho dl \cos \alpha = \rho \frac{dV}{dt} dl.$$

В выражении использована частная производная от давления p потому, что оно, как и скорость V , является функцией двух переменных – l и t , а уравнение записано для определенного момента времени. В правой части уравнения записана полная производная от скорости по времени, то есть ускорение, которое равно сумме локального (местного) ускорения, обусловленного нестационарностью движения, и конвективного ускорения, определяемого геометрией потока, то есть

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial l}.$$

Учитывая, что $\cos \alpha = -dz/\partial l$, где z – вертикальная координата, перепишем уравнение движения в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} dl + g \frac{\partial z}{\partial l} dl + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{V^2}{2} \right) dl + \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0.$$

Интегрируя вдоль струйки от сечения 1 – 1 до сечения 2 – 2 в тот же фиксированный момент времени, получаем

$$\frac{1}{\rho} \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial p}{\partial l} dl + g \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial z}{\partial l} dl + \int_{V_1}^{V_2} \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{V^2}{2} \right) dl + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0,$$

или

$$\frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0.$$

Разделим уравнение на g и перегруппируем члены:

$$z_1 + \frac{p_1}{g\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl.$$

Полученное уравнение отличается от уравнения Бернулли только последним слагаемым в правой части, которое называется *инерционным напором*:

$$h_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl.$$

Из уравнения ясен смысл инерционного напора – это разность полных напоров в сечениях 1 – 1 и 2 – 2 в данный фиксированный момент времени, обусловленная ускорением или торможением потока жидкости.

Для неустановившегося потока реальной жидкости необходимо учесть неравномерность распределения скоростей по сечению потока и потери напора. Следовательно, уравнение примет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{g\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{g\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Sigma h + h_{\text{ин}}.$$

Для трубы постоянного диаметра локальное ускорение $a = \frac{\partial V}{\partial t}$ также постоянно вдоль трубы, поэтому инерционный напор

$$h_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \int_{l_1}^{l_2} dl = \frac{a}{g} (l_2 - l_1) = \frac{a}{g} l.$$

Если трубопровод состоит из нескольких участков с сечениями разных площадей S_1 , S_2 и т.д. (или трубопровод присоединен к цилиндру, в котором ускоренно движется поршень), то инерционный напор для всего трубопровода определяется как сумма инерционных напоров всех отдельных участков. При этом ускорения на отдельных участках определяются из уравнения, полученного дифференцированием уравнения расхода по времени:

$$S_1 a_1 = S_2 a_2 = S_3 a_3 = \dots$$

В уравнение неустановившегося движения жидкости в этом случае надо подставить

$$\Sigma h_{\text{ин}} = h_{\text{ин1}} + h_{\text{ин2}} + h_{\text{ин3}} + \dots$$

Инерционный напор записывается в правую часть уравнения, причем его знак совпадает со знаком ускорения a . То есть при положительном ускорении инерционный напор положителен и уменьшает полный напор подобно потерям напора на местных и линейных сопротивлениях. Но инерционный напор нельзя рассматривать как безвозвратные потери, так как при торможении потока он меняет знак и увеличивает полный напор вдоль потока, то есть его действие противоположно действию гидравлических сопротивлений. Полученное уравнение относится лишь к определенному моменту времени или к равноускоренному движению жидкости. Если же ускорение непрерывно изменяется, то и инерционный напор будет непрерывно изменяться, изменяя во времени распределение напоров вдоль потока.

В качестве примера на Рис. 43 показана труба постоянного сечения, соединяющая два резервуара. В трубе возвратно-поступательно движется поршень. На Рис. 43а поршень движется справа налево со скоростью V и ускорением a . С таким же ускорением движется и жидкость в трубе. Для каждого участка трубы – всасывающего (до поршня) и напорного (за поршнем) – показаны линии изменения полного напора $H - H$, пьезометрических напоров $p - p$, а также потерь напора $\Sigma h_{\text{п}}$ и инерционного напора $h_{\text{ин}}$ в некоторый фиксированный момент времени.

Из рисунка видно, что инерционный напор способствует снижению давления и даже приводит к возникновению разрежения за поршнем и вызывает более значительное повышение давления перед поршнем по сравнению с установившимся движением.

Гидравлические потери при неустановившемся движении в общем случае отличны от потерь при установившемся движении. Это связано с изменением профиля скоростей по сечению трубы. Так при ускоренном движении профиль становится более полным (Рис.44), и коэффициент Кориолиса α уменьшается, а при замедленном – более вытянутым, и α растёт. На Рис. 44 показано изменение распределения скоростей по сечению потока при ускоренном ламинарном движении жидкости при трех значениях расхода (Рис. 44а – при равномерном движении, б – при ускорен-

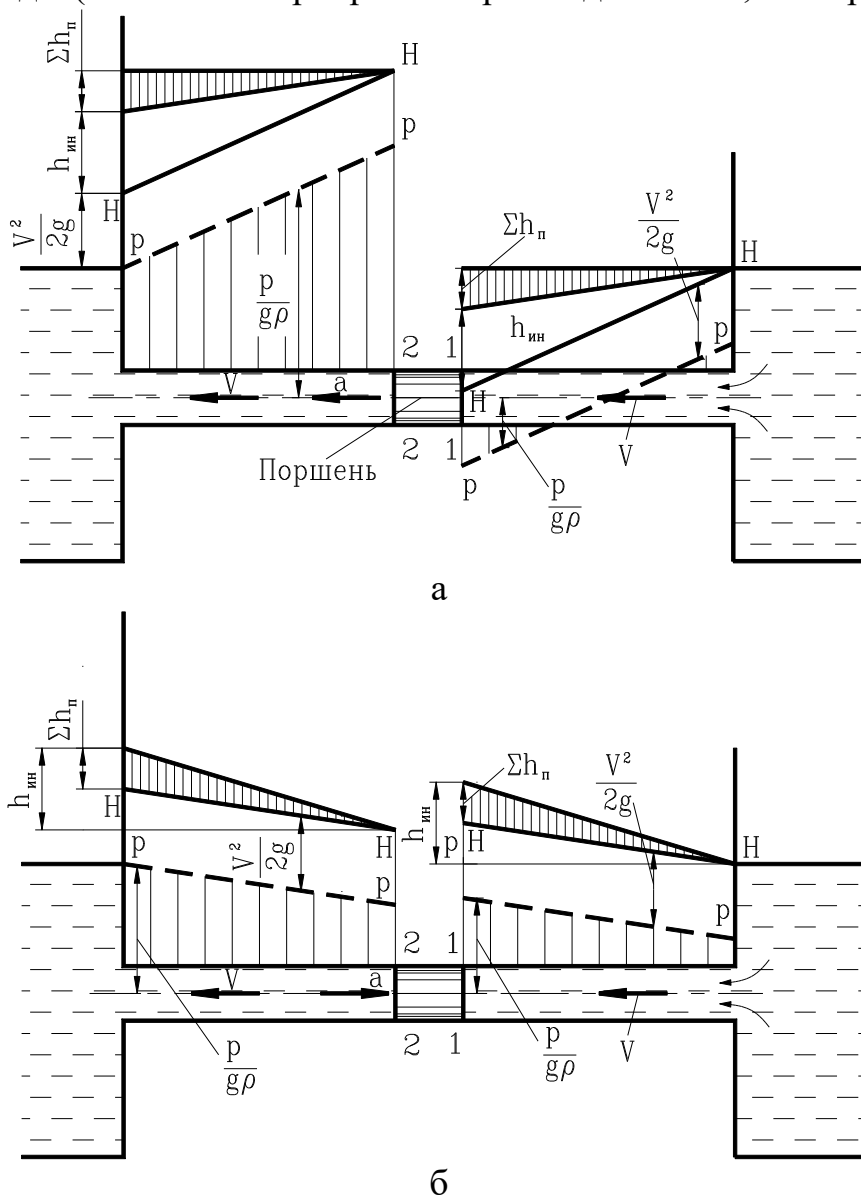


Рис. 43. Построение пьезометрических линий и линий полного напора

ном). Как видно из рисунка, в некоторых случаях в пристенном слое потока могут возникать даже противотоки.

В случае ламинарного течения с гармоническим изменением расхода по времени в закон Пуазейля, отражающий потери на трение по длине

$$h_{\text{тр}} = \frac{128\nu l}{\pi g d^4} Q, \text{ надо ввести поправочный коэффициент } \kappa, \text{ который является}$$

функцией круговой частоты $\bar{\omega} = \frac{\omega d^2}{32\nu}$, где ω – угловая частота колебаний жидкости с вязкостью ν в трубе диаметром d .

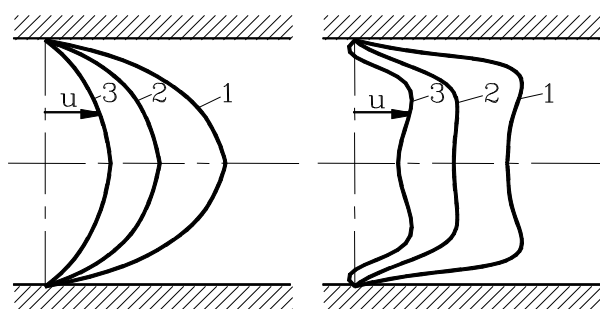


Рис. 44. Изменение профиля эпюры скоростей при ускоренном ламинарном течении

Поправочный коэффициент находится по формуле:

$$\kappa = \frac{\sqrt{\bar{\omega}}}{2} + 0,4.$$

При увеличении частоты возрастание гидравлических потерь может быть весьма существенным, причем различие между гидравлическими потерями при ламинарном и турбулентном режимах течения уменьшается.

10.2. Гидравлический удар в трубах

Гидравлическим ударом называют резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока жидкости. Точнее, это колебательный процесс, возникающий в упругом трубопроводе с капельной жидкостью при внезапном изменении ее скорости. Это явление очень быстротечное и состоит в чередовании резких повышений и понижений давления, связанных с упругой деформацией стенок трубопровода и самой жидкости.

Теория гидроудара разработана в 1898 году Н.Е. Жуковским.

Рассмотрим простой трубопровод 2 постоянного диаметра d и длиной l присоединенный к напорному резервуару 1 и имеющий на конце задвижку 3 (Рис. 45).

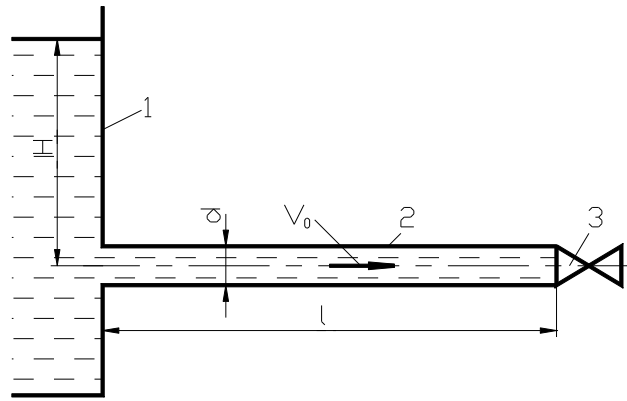


Рис. 45. Схема трубопровода при гидравлическом ударе

При быстром закрытии задвижки кинетическая энергия всей массы жидкости, движущейся со средней скоростью V_0 , преобразуется в энергию давления. Вследствие упругости жидкости и трубы через малый промежуток времени (тысячные доли секунды) после закрытия задвижки произойдет полная остановка и сжатие ближайшего к ней слоя жидкости под действием силы инерции остальной движущейся жидкости. Рядом с задвижкой давление в жидкости повысится, труба расширится в пределах упругой деформации, и от задвижки в сторону резервуара пойдет волна сжатия со скоростью c . Когда ударная волна достигнет входа в трубу, последняя вся будет заполнена сжатой жидкостью, давление в которой больше, чем в резервуаре возле входа в трубу. Естественно, жидкость устремится из трубы в резервуар, и от входа в трубу к задвижке пойдет волна разрежения с той же скоростью c . Давление в трубе упадет до величины, меньшей, чем оно было до закрытия задвижки. Когда волна разрежения достигнет задвижки, истечение жидкости из трубы прекратится, а так как давление в трубе меньше, чем в резервуаре, жидкость снова устремится в трубу. При этом вышеописанная картина явления повторится, но уровень отклонений давления будет меньше. То есть будет наблюдаться колебательный процесс, причем колебания затухающие вследствие вязкости жидкости. Наиболее высокое давление в трубе будет наблюдаться непосредственно сразу после закрытия задвижки, поэтому, с точки зрения оценки прочности трубы, последующие колебания интереса не представляют.

Скорость распространения ударной волны

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{d\rho}{\delta E}}},$$

где ρ , K — плотность и объемный модуль упругости жидкости;
 d , δ — внутренний диаметр и толщина стенки трубопровода;
 E — модуль упругости материала трубы.

Различают полный и неполный гидроудар. *Полный гидроудар* предполагает полную остановку жидкости, а при *неполном* происходит ее торможение до скорости V_1 .

Гидроудар называют *прямым*, если фаза гидравлического удара $t_0 = 2l/c$ меньше времени закрытия трубопровода: $t_0 < t_{\text{зак}}$. Если $t_0 > t_{\text{зак}}$, то удар *непрямой*.

Величина повышения давления в трубопроводе при прямом полном гидравлическом ударе определяется формулой Жуковского:

$$\Delta p = \rho V_0 c.$$

Если удар неполный, то $\Delta p = \rho(V_0 - V_1)c$.

При непрямом гидравлическом ударе можно пользоваться приближенными формулами:

- для полного удара $\Delta p \approx \rho V_0 c \frac{t_0}{t_{\text{зак}}};$
- для неполного удара $\Delta p \approx \rho(V_0 - V_1)c \frac{t_0}{t_{\text{зак}}}.$

Как можно легко увидеть, наибольшую опасность представляет прямой полный гидроудар.

Меры борьбы с негативными последствиями гидравлического удара можно сформулировать следующим образом:

- увеличение времени закрытия трубопровода, что приводит к непрямому гидроудару;
- снижение скорости движения жидкости (при заданном расходе это означает применение трубы большего диаметра);
- уменьшение длины участка трубопровода до перекрывающего устройства, что позволяет перейти к непрямому удару;
- установка вблизи задвижки устройства, сбивающего пик давления (предохранительного клапана, гидравлического аккумулятора и т.п.).

Иногда идут другим путем – вместо снижения уровня ударных давлений просто повышают прочность трубопровода.

Библиографический список

1. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов/ Т.М.Башта, С.С.Руднев, Б.Б.Некрасов и др. – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
2. Гидравлика и гидропривод: Учебник для вузов/ В.Г.Гейер и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1981. – 295 с.
3. Некрасов Б.Б. Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах/ Учебник для авиационных вузов/ – 2-е изд., прераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1967. – 368 с.
4. Гидравлика и гидропривод: Учеб. пособие для вузов/ Гудилин Н.С., Кривенко Е.М., Маховиков В.С. и др.; ред. Пастоев И.Л. – 3-е изд., стер. – М.: Изд-во МГТУ, 2001. – 519 с.
5. Сборник задач по машиностроительной гидравлике: Учеб. пособие для машиностроительных вузов/ Д.А.Бутаев, З.А.Калмыкова, Л.Г.Подвидз и др.; Под ред. И.И.Куколевского и Л.Г.Подвидза. – 4-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1981. – 464 с.
6. Машиностроительная гидравлика: Справ. пособие/ Башта Т.М. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1971. – 672 с.
7. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам/ Я.М.Вильнер, Я.Т.Ковалев, Б.Б.Некрасов и др.; Под общ. ред. Б.Б.Некрасова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн: Выш. шк., 1985. – 382 с.